

# Der Weg zu wahren empirischen Gesetzen und rationalem Handeln

Durch Emergenz statt der Illusion metaphysischer Wahrheit zu empirischer Erkenntnis  
(von André Kuck, Jan Philipp Harries und Elsbeth Kuck)

---

## Entwurf

Der Weg zu wahren empirischen Gesetzen und rationalem Handeln

**Durch Beschreibung des Lernenden und nicht durch die der Welt,  
zu einer realistischen Beschränkung des möglichen Wissens.**

**Durch die realistische Beschränkung des möglichen Wissens**

*logischen Empirismus*

**und autonome kreative Suche zu bisher wahren empirischen Gesetzen.**

*Emergenz*

**Durch bisher wahre empirische Gesetze zu empirisch begründetem Glauben.**

*Falsifikation und Induktive Bestätigung*

**Durch empirisch begründetem Glauben zu rationalem Handeln.**

*Dominanz*

## Inhaltsverzeichnis

1.	Warum es sich lohnt, diesen Aufsatz zu lesen .....	3
2.	Lernende und handelnde Systeme.....	10
3.	Prinzipien empirischer Erkenntnis und die Möglichkeiten und Grenzen empirischen Wissens .....	13
3.1.	Logischer Empirismus – mit Mustern von Messungen als Beobachtungen (Prinzip 1) .....	13
3.1.1.	Messsysteme .....	13
3.1.2.	Rolle von Mengenlehre und Mathematik .....	15
3.2.	Emergenz – mit Vorhersagbarkeit als emergierender Eigenschaft (Prinzip 2).....	20
3.2.1.	Gesetze, Objekte und vorhersehbare Eigenschaften von Beobachtungen.....	20
3.2.2.	Anwendung des Gesetzeskonzepts .....	32
3.2.3.	Prognostische Gesetze für empirische, nicht zeitliche Ordnungen von Beobachtungen (Querschnittsgesetze) .....	42
3.2.4.	Lernende Systeme .....	43
3.3.	Dominanz – von Mengen oder Sequenzen von Entscheidungsergebnissen (Prinzip 3) .....	44
3.3.1.	Handlungsmöglichkeiten, Handlungsraum und Handlungsheuristik .....	44
3.3.2.	TB-dominante Handlungsheuristiken.....	46
3.3.3.	Nicht Vollständigkeit der Ordnung der Handlungsheuristiken und Meta-Heuristiken.....	49
3.3.4.	Universell Dominante Prognosegesetze (UDPLs) .....	50
3.3.5.	Lernende und handelnde Systeme.....	52
3.4.	Falsifikation – und Induktive Bestätigung (Prinzip 4) .....	52
3.4.1.	Logische Begründung des Falsifikationsprinzips .....	53
3.4.2.	Grad der induktiven Bestätigung (DiV) und die empirische Begründung des Falsifikationsprinzips .....	54
4.	Rekonstruktion und Bewertung der derzeitigen wirtschaftswissenschaftlichen Praxis .....	57

## 1. Warum es sich lohnt, diesen Aufsatz zu lesen

### ***Patterns of price movements are not random.***<sup>1</sup>

(James „Jim“ Simmons, zitiert nach : Scott Patterson: The Quants: The math geniuses who brought down Wall Street)

Wenn es das Ziel einer empirischen Wissenschaft ist, ex-ante richtige Prognosen erstellen zu können und nicht nur ex-post Erklärungen zu produzieren, dann sollte man von einer empirischen Wissenschaft auch verlangen, dass sie zumindest ein wahres empirisches Gesetz kennt.

Definiert man (vorläufig) ein empirisches Gesetz als eine Prognoseregeln, die bisher immer zutreffende Prognosen gemacht hat, so müssten die Wirtschaftswissenschaftler (unserer Kenntnis nach) eingestehen, dass sie es bisher nicht geschafft haben, ihre Disziplin zu einer echten Wissenschaft zu machen. Verlangen wir von einer richtigen Prognose, dass man exakt sagen kann, welche Beobachtung sie wahr oder falsch macht<sup>2</sup>, dann ist uns im Bereich der Wirtschaftswissenschaften kein einziges Gesetz bekannt.

Daraus ergibt sich fast zwangsläufig die Frage:

Gibt es überhaupt definitiv überprüfbar empirische Gesetze und empirisch rationale Entscheidungsregeln für gesellschaftswissenschaftliche Probleme?

Wenn der Leser unsere Definition eines empirischen Gesetzes akzeptiert, dann können wir diese Frage mit „ja“ beantworten. Um dem Leser einen Grund zu geben, sich auf die ungewohnte Vorgehensweise und die neue Terminologie dieses Aufsatzes einzulassen, zeigen wir zunächst einige Beispiele für empirische Gesetze und rationale Entscheidungsregeln auf Finanzmärkten. Erst anschließend werden wir versuchen, das Begriffssystem zu entwickeln, mit dem solche Gesetze systematisch beschrieben und gefunden werden können.

#### **Beispiel 1:** Monatliche Trendfolge beim S&P 500<sup>3</sup>

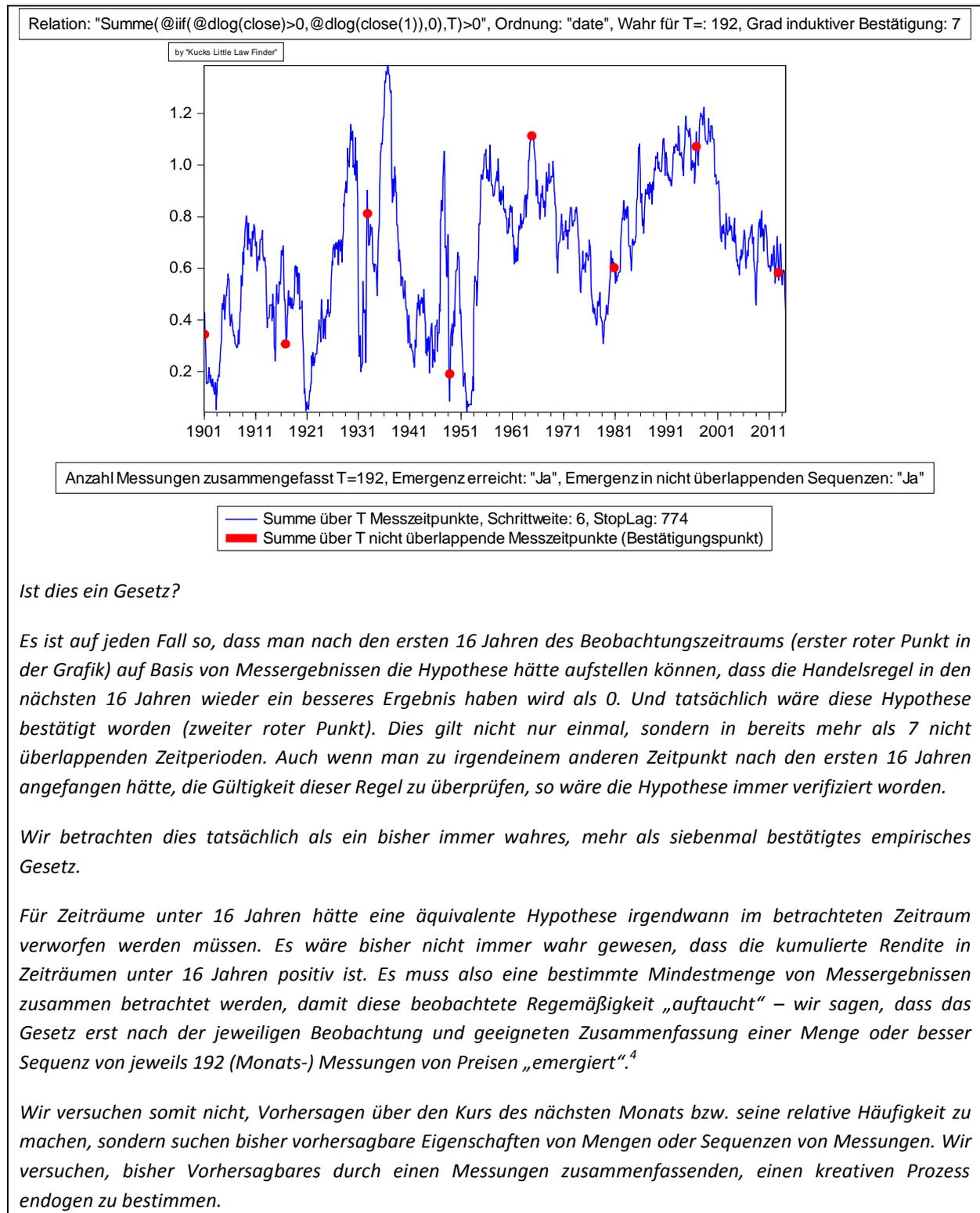
*Wenn man nach jedem Monat, in dem der S&P 500 eine positive Rendite hatte, für einen Monat in den S&P 500 investiert hätte, wäre die kumulierte Gesamtrendite dieser Strategie seit 1885 nach jeweils 16 Jahren oder 192 Monaten immer größer als 0 gewesen.*

---

<sup>1</sup> Jim Simmons ist Mathematiker und Gründer von Renaissance Technologies, einer Investment-Firma, die seit mehr als 30 Jahren jährliche Renditen von mindestens 30% erwirtschaftet. Seine Einschätzung hat also eine gewisse Plausibilität.

<sup>2</sup> Wir meinen explizit nicht eine Prognose wie „die Wahrscheinlichkeit für eine positive Rendite des DAX am nächsten Tages ist 0,5“. Diese Prognose ist ja anhand der Rendite des nächsten Tages nicht definitiv überprüfbar.

<sup>3</sup> Da wir uns seit mehreren Jahren mit Finanzmärkten und Finanzmarktdaten beschäftigen, kommt auch ein großer Teil der Beispiele aus diesem Bereich.



<sup>4</sup> Auch die durchaus übliche Praxis, z.B. aus Tagesdaten Monatsdaten zu berechnen (z.B. das Monatsmaximum der Schlusskurse) und in diesen dann nach Regelmäßigkeiten zu suchen oder die Schlusskurse der Einzelaktien eines Aktienindex nach einer festen Regel zusammenzufassen, lassen sich als Versuche, in Mengen von Messungen Regeln zu finden, interpretieren. Allerdings ist diese Vorgehensweise nicht endogen vom System selber, sondern von außen a-priorisch gesteuert und basiert auf exogenen Konventionen oder Gewohnheiten.

*Wenn wir durch algorithmisches Suchen eine Regel finden, die bisher in der Lage war, eine Eigenschaft einer neu zusammengefassten Menge oder Sequenz von Messungen in der Zukunft immer richtig vorherzusagen, dann sprechen wir von einem durch kreatives Suchen gefundenen, emergenten empirischen Gesetz. Durch kreatives algorithmisches Suchen lassen sich sehr viele empirische, bisher wahre Gesetze finden.*

*Aus diesem Vorhersageergebnis lässt sich ableiten, dass es bisher (nach 16 Jahre) immer besser gewesen wäre, wenn man statt Bargeld zu halten (Strategie 1) der oben beschriebenen Anlageregul gefolgt wäre (Strategie 2). Fragen nach der relativen Vorteilhaftigkeit der beiden Strategien können wir somit eindeutig beantworten. In unserer Terminologie ist Strategie 2 TB-dominant (nach jeder Sequenz von  $T=12*16$  nachfolgenden Messungen ist das Ergebnis immer besser oder mindestens gleich B, der Benchmark Bargeldhaltung). Das Gesetz begründet also eine rationale Entscheidungsregel für einen Investor, der zwischen diesen Strategien auswählen muss und dessen Ziel ein möglichst hoher Kontostand nach mindestens 16 Jahren ist.*

**Beispiel 2:** Warum sollten wir das tun, was bisher immer besser (oder mindestens gleich gut) war?

*Nach verschiedenen Verfahren sind (insgesamt 370) Zeitreihen von täglichen Long- /Short-Signalen für den S&P 500 generiert worden. Hinzugefügt wurden 370 Reihen mit zufällig generierten Signalen.*

*Die zentralen Ergebnisse sind die Folgenden (siehe auch nachfolgende Grafiken):*

*Die Anzahl von Handlungsheuristiken<sup>5</sup>, die für jede 25-Jahresperiode besser als die Benchmark Bargeldhaltung abgeschnitten haben, nimmt mit zunehmender Länge des Beobachtungszeitraums ab. Indem wir die Heuristiken aus der Menge der Strategien entfernen, sobald sie in einem 25-Jahres Zeitraum schlechter als die Benchmark abschneiden, filtern wir die falsifizierten Hypothesen aus dieser Menge heraus. Immer weniger Strategien „überleben“ diesen Lernprozess. Am Ende des betrachteten Zeitraums gibt es nur noch 5 Strategien ohne einen 25-Jahres-Verlust. Wir nennen dieses Prinzip „Induktives Filtern“ (Abb. oben links).*

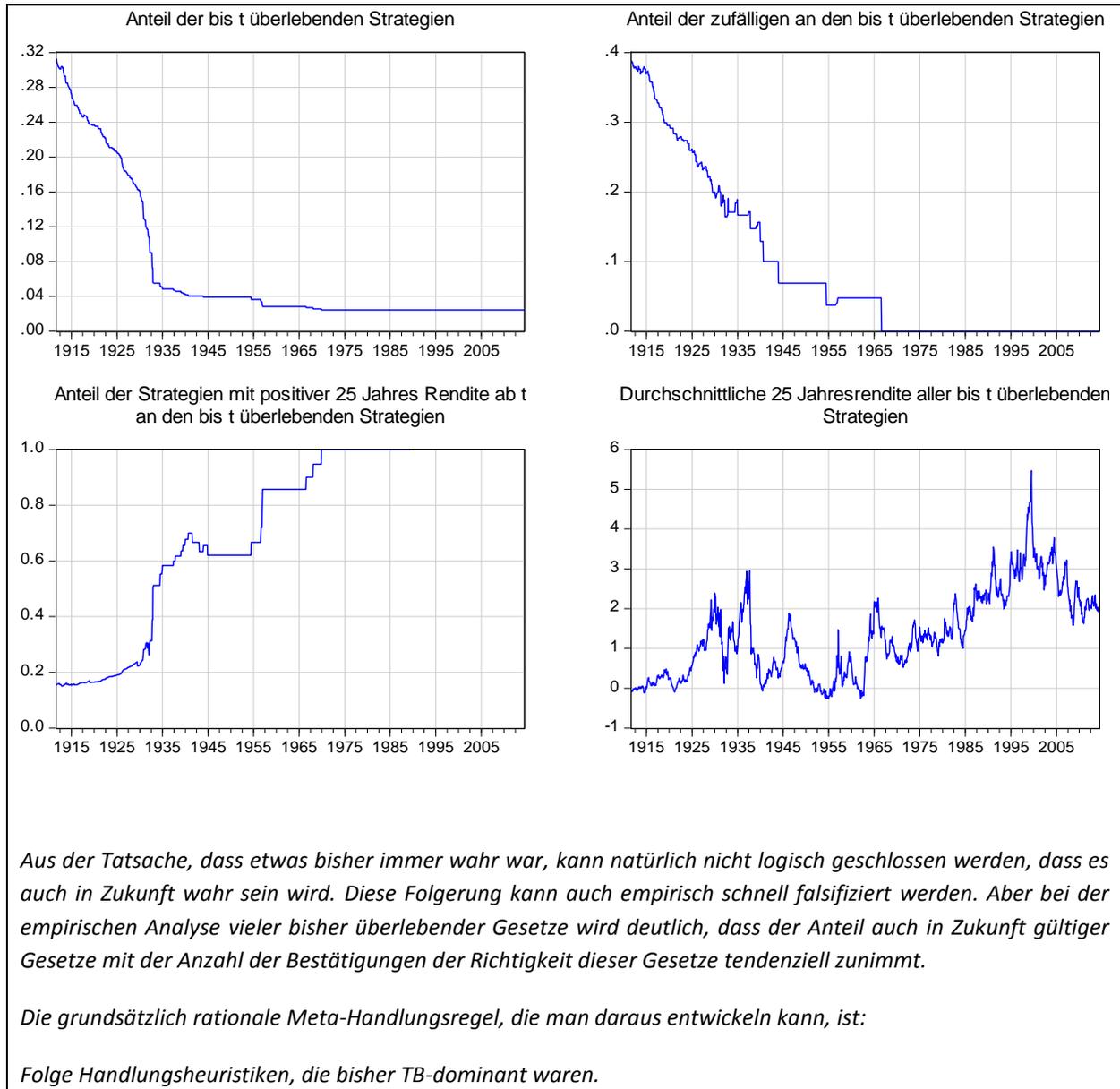
*Wir können beobachten, dass der Anteil der zufällig generierten Handlungsheuristiken an den überlebenden Heuristiken immer weiter abnimmt. Am Ende des betrachteten Zeitraums sind alle zufällig generierten Strategien falsifiziert (Abb. oben rechts).*

*Betrachten wir nur Handlungsheuristiken, die bis zu einem Zeitpunkt  $t$  keinen 25-Jahres-Verlust gemacht haben (überlebende Handlungsheuristiken) und den Anteil an diesen Heuristiken, die auch nach weiteren 25 Jahren keinen Verlust gemacht haben, so steigt dieser Anteil mit zunehmender Bestätigung tendenziell und liegt am Ende des betrachteten Zeitraums immer bei 100% (Abb. unten links).*

*Betrachten wir wieder nur die überlebenden Handlungsheuristiken und deren kumulierte stetige Rendite für die nächsten 25 Jahre, so liegt ab 1963 der Durchschnitt dieser Renditen über alle jeweils überlebenden Handlungsheuristiken immer über 0 (Abb. unten rechts).*

---

<sup>5</sup> Wir nennen das Handeln auf Basis einer empirischen Regel eine Handlungsheuristik oder auch einfach Strategie.



### Beispiel 3: Gesetze mit größerem Gültigkeitsbereich

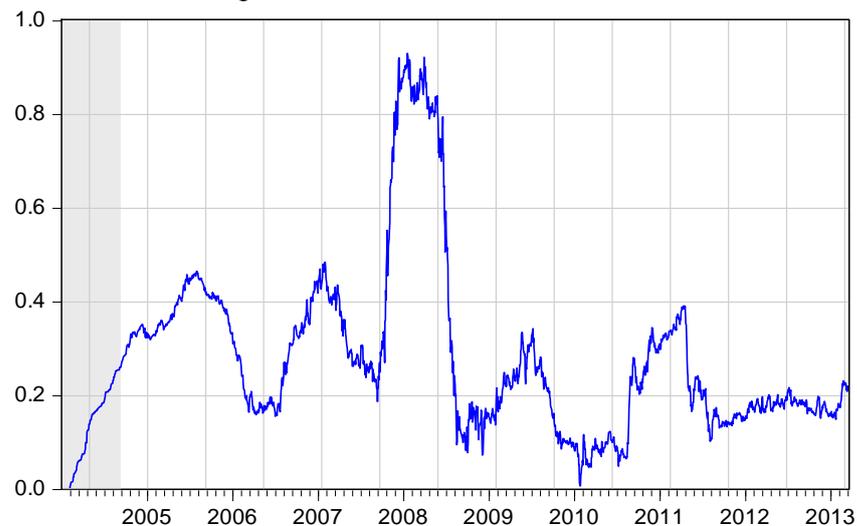
Eine der Stärken unseres Gesetzeskonzepts ist es, dass sich durch die Standardisierung der Beurteilungsmetriken für Wahrheit und Güte des Gesetzes, bisher wahre Aussagen über Eigenschaften von Mengen von Zeitreihen oder Funktionen machen lassen. Wir nennen solche Mengen Objekte und können die Evidenz für die Wahrheit und Güte von Gesetzen für solche Objekte aus der Evidenz für die Wahrheit der Elemente dieser Mengen ableiten. Dabei zeigt die Kennzahl  $T$  die Größe der Mengen von Messungen, in denen das Gesetz auftaucht und  $DiV$  (Degree of Induktive Verification) wie oft wir die Gültigkeit des Gesetzes beobachtet haben.

Bisheriger Gültigkeitsbereich				
Sachlich	Zeitlich	Beschreibung des Gesetzes	(T)	(DiV)
Aktienindizes: {S&P500,DJ,Russel 2000, DAX, FTSE, Nikkei}	Tagesdaten 2.1.1885- 11.4.2015	Es gilt bisher für alle Aktienindizes und für alle Sequenzen mit einer Länge größer oder gleich T, das ihre kumuliert Rendite in jeder dieser Sequenzen größer als 0 war	11250	5
Aktienindizes: {S&P500,DJ,Russel 2000}	Tagesdaten 31.12.1896- 11.4.2015	Es gilt bisher für jedes Paar von Aktienindizes und alle Sequenzen mit einer Länge größer oder gleich T, dass ihr kumuliertes Renditeprodukt in jeder dieser Sequenzen größer als 0 war	37	1235
S&P und Gleitende Durchschnitte der Längen (a): {5, 10, 15, 20, 25}	Tagesdaten 2.1.1885- 11.4.2015	Es gilt bisher für jede Sequenz mit einer Länge größer oder gleich T, dass die Summe der absoluten Prognosefehler der Prognose mit jedem Gleitenden Durchschnitt aus (a) kleiner war als die Prognose mit dem bisherigen Mittelwert	10750	11.5
Aktienindizes: {S&P,DJ,DAX}, Menge von Handelsstrategien {HH1..HH800}	Tagesdaten 2.1.1885- 11.4.2015	Es gilt bisher für alle Sequenzen mit Längen größer oder gleich T, dass es bisher immer mindestens eine Handelsstrategie gab, die in jeder Sequenz mit Längen größer als T eine positive Renditesumme hatte.	2150	45.2

#### Beispiel 4: Potential dieser Vorgehensweise

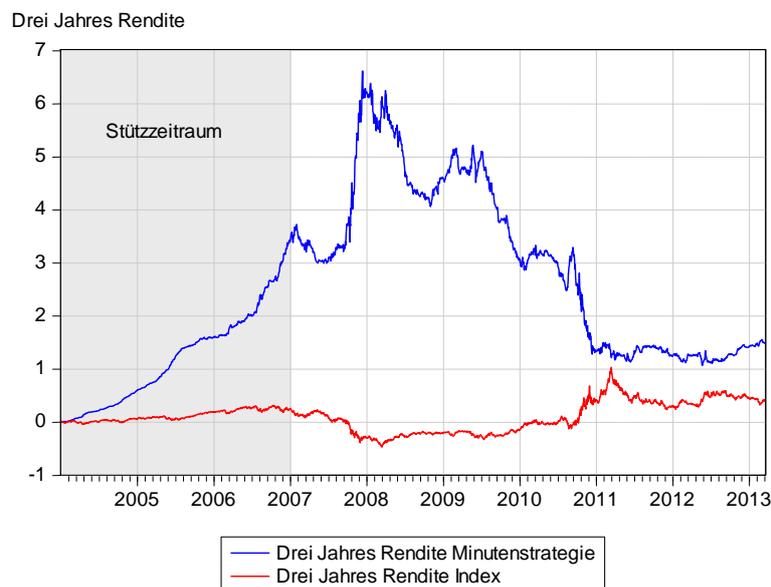
Wird nach diesen Prinzipien in detaillierteren Datenbanken (z.B. in Minutenkursen des S&P 500) in einer großen Menge von Strategien nach dominanten kurzfristigen Handlungsheuristiken gesucht, so lassen sich profitable Strategien finden.

170 Tage Rendite Minutenstrategie



Hier finden sich z.B. Handlungsheuristiken, für die es keinen 170-Tage-Zeitraum mit einer Rendite kleiner 0 gegeben hätte. Dieses Gesetz ist 13-mal bestätigt. Die hier dargestellte Strategie ist also TB-dominant zur Alternative Bargeldhaltung mit einem T von 170 Tagen.

Außerdem dominiert diese Strategie auch eine direkte Anlage in den Index mit einem  $T$  von 500 Tagen. Dieses Gesetz ist aber nur 2-mal bestätigt.



Wir bezeichnen eine Prognoseregeln, die bisher immer bestätigte Vorhersagen über eine wohlbestimmte Eigenschaft einer wohlbestimmten Menge oder Sequenz von Messungen gemacht hat, als „empirisches Gesetz“. Wenn der Prozess, mit dem dieses empirische Gesetz gefunden wurde, auf der autonomen Suche nach Vorhersagbarkeit durch Zusammenfassen von Messungen (auf kreativem Suchen) basiert, sprechen wir von einem „emergenten empirischen Gesetz“.<sup>6,7</sup>

<sup>6</sup> Wir verwenden den Begriff der Emergenz für das zu beobachtende Faktum, dass Vorhersagbarkeit erst bei der Suche nach Eigenschaften von Mengen von Messergebnissen auftauchen kann. Üblicherweise bezeichnet der Begriff das Phänomen, dass Eigenschaften einer Gesamtheit nicht aus den Eigenschaften der Einzelteile dieser Gesamtheit deduktiv ableitbar sind. Dies wird meist in dem Sinne „negativ“ interpretiert, dass die Eigenschaften dann nicht „vorhersehbar“ (im Sinne von deduktiv ableitbar) sind. Wir wenden den Begriff ins „positive“, in dem wir konstatieren, dass Vorhersehbarkeit eine der Eigenschaften ist, die im autonomen Suchprozess emergieren kann, die also nicht unbedingt aus der Vorhersehbarkeit der Zukunft von Eigenschaften der Einzelteile deduziert werden muss. Da für uns die zutreffende Prognose und nicht die Erklärung das zentrale Erkenntnisproblem ist, reicht es uns, dass Vorhersehbarkeit entsteht ohne sie aus den Eigenschaften von kleineren Einheiten (wie vor jeder Messung schon existierenden Zufallsvariablen mit bekannten Eigenschaften) erklären (logisch ableiten) zu müssen. Allerdings sind die prozessuralen Bedingungen ihrer Entstehung zu berücksichtigen.

<sup>7</sup> Dem von uns verwendeten Emergenzbegriff kommt der Ansatz von Israeli und Goldenfeld (Navot Israeli and Nigel Goldenfeld: Coarse-graining of cellular automata, emergence, and the predictability of complex systems) relativ nahe. Die Autoren untersuchen in welchen der von Wolfram (Stephen Wolfram: A New Kind of Science) eingeführten zellulären Automaten bei Funktionen über mehreren Automaten oder Zeitschritten Vorhersehbarkeit emergiert. Ein zellulärer Automat ist dabei letztendlich nichts anderes als ein Algorithmus, der aus einer Menge von Inputs einen Output errechnet. Auch unsere Definition eines Gesetzes ist unserer Meinung nach als zellulärer Automat interpretierbar. Der wesentliche Unterschied unserer Vorgehensweise ist der, dass es uns nicht darum geht, Vorhersehbarkeit komplexerer zellulärer Automaten, die aus der Kombination einfacher zellulärer Automaten entsteht, zu finden (also mit einem in seiner Natur immer noch deduktiven Ansatz). Stattdessen suchen wir sozusagen direkt in Beobachtungen und in einer großen Menge komplexer zellulärer Automaten diejenigen aus, die die Beobachtungen zutreffend beschreiben.

Ist die hier verwendete Definition eines empirischen Gesetzes sinnvoll, dann gibt es also tatsächlich bisher wahre Gesetze und rationale (TB-dominante) Entscheidungsregeln, die selber wieder bisher wahre Gesetze sind, und ein Verfahren, mit dem sie gefunden werden können.

Es gibt demnach tatsächlich Muster von Preisen bzw. von aus Preisen abgeleiteten Renditen, die bisher immer vorhersehbar und damit nicht „zufällig“ waren und sogar einen Weg, sie zu finden.

Dass in den Wirtschaftswissenschaften bisher noch kein wahres empirisches Gesetz gefunden wurde, liegt daran, dass Wirtschaftswissenschaftler Gesetze nur für a-priori bestimmte Merkmale und Merkmalsträger suchen. Außerdem verlangen sie, dass diese Gesetze metaphysisch sind – also auch in Zukunft für eine unendliche Menge an Beobachtungen wahr sein sollen.

Dies schränkt den Raum möglicher Zusammenhänge und die Freiheit bei der Suche so weit ein, dass man auch in Zukunft schwerlich bisher immer wahre Prognoseregeln finden wird.

Deshalb verwendet man derzeit stochastische Gesetzhypothesen, wie den Grenzwert der relativen Häufigkeit im Unendlichen – die Wahrscheinlichkeit – oder den Grenzwert des Mittelwerts im Unendlichen – den Erwartungswert. Wirtschaftswissenschaftler fahnden derzeit nach stochastischen Gesetzen. Die dabei verwendete metaphysische Interpretation stochastischer Gesetzhypothesen hat aber zur Konsequenz, dass sie durch eine endliche Anzahl von Messungen prinzipiell nicht exakt falsifizierbar sind. Diese exakte vorzeitige Falsifizierungsmöglichkeit ist (nach unserer Einschätzung) aber notwendig, um falsche Gesetzhypothesen objektiv und dauerhaft auszusortieren zu können.

Die derzeit in den Wirtschaftswissenschaften gängige Praxis, falsche stochastische Aussagen über statistische Tests herauszufiltern, funktioniert so unzureichend, dass eigentlich immer noch viel zu viele stochastische Gesetzhypothesen als wahr gelten. Da unserer Kenntnis nach bisher noch kein wirtschaftswissenschaftliches Gesetz gefunden wurde, dass tatsächlich immer wahr war, und kein Gesetzesbegriff und keine Methode bekannt ist, mit der sich solche Gesetze finden lassen, ist mit diesen Methoden Erkenntnisfortschritt in den Wirtschaftswissenschaften kaum zu erreichen.

Es wird weiterhin (erfolglos) in einer Menge von nicht exakt falsifizierbaren metaphysischen Gesetzhypothesen versucht, zwischen wahren und falschen Hypothesen zu unterscheiden. Ein kumulatives Anwachsen der Menge bekannter, sicher bisher immer wahrer Gesetze, ist so nicht möglich. Wissen ist auf diesem Weg nicht exakt definierbar und kann auch nicht angesammelt werden.

Demnach werden ein Gesetzesbegriff und ein Verfahren benötigt, mit dem sich viele empirische Gesetze finden lassen, die tatsächlich bisher immer wahre Vorhersagen gemacht haben. Außerdem muss die vorzeitige, nicht erst im unendlichen mögliche, exakte und dauerhafte Falsifizierung von Gesetzhypothesen auf der Basis von Beobachtungen möglich sein.

## 2. Lernende und handelnde Systeme

Also ist es nur die Form der sinnlichen Anschauung, dadurch wir a-priori Dinge anschauen können, wodurch wir aber auch die Objekte nur erkennen, wie sie uns (unseren Sinnen) erscheinen können, nicht wie sie an sich sein mögen;

Immanuel Kant: Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik. §10

Im Folgenden wird ein erkenntnistheoretisch begründeter, begrifflicher Rahmen entwickelt, der diese Voraussetzungen erfüllt und deshalb als fundamentales Regelwerk zur wirtschaftswissenschaftlichen Forschung geeignet scheint.

Ausgangspunkt ist die Beschreibung von a-priori<sup>8</sup> Eigenschaften, die (autonom) lernende und handelnde Systeme<sup>9</sup> haben sollten, um überleben zu können.<sup>10</sup>

Wir verstehen unter einem **lernenden System** etwas, das in der Lage ist Gesetze zu finden, zu speichern und für Prognosen zu verwenden. **Handelnde Systeme** haben die Möglichkeit zukünftige Beobachtungen zu bestimmen – diese werden dann Handlungsmöglichkeiten genannt. Sie können Handlungsheuristiken folgen, die auf Basis aktueller Beobachtungen zwischen verschiedenen Handlungsmöglichkeiten auswählen. **Lernende und handelnde Systeme** sind in der Lage, aus den (bewerteten) Ergebnissen von Handlungsheuristiken zu lernen. So können Sie dann Handlungsheuristiken auswählen und die ausgewählten Heuristiken wiederum verwenden. Schließlich verstehen wir unter einem **autonomen System** ein System, das zusätzlich in der Lage ist, selbständig Bewertungsregeln für Handlungsergebnisse (Ziele) zu wählen und zu lernen.

Dieser Systembegriff ist universell anwendbar: Wir betrachten z.B. Unternehmen, die Gesellschaft, die Wissenschaft, einzelne Organismen, Spezies etc. aber auch Handelssysteme für den Aktienmarkt als Systeme, die sich entlang dieser Begrifflichkeiten einordnen lassen.

---

<sup>8</sup> Der Begriff a-priori hat dabei eine wohldefinierte Bedeutung. A-priori-Eigenschaften sind die Eigenschaften eines Systems, die vor jeder von dem System selbst gemachten Messung schon vorhanden sind. Nur mit Hilfe dieser Eigenschaften ist das System in der Lage, aus den Messergebnissen etwas zu lernen. A-Priori ist also immer relativ zu einem betrachteten System. Wenn es darum geht, ob eine Messung vor oder nach einem bestimmten Zeitpunkt t gemacht wurde, verwenden wir das Begriffspaar Ex-Ante und Ex-Post.

<sup>9</sup> Die genaue Definition der Bestandteile autonom lernender und handelnder Systeme ist eines der zentralen Probleme dieser Arbeit und wird daher erst im Verlauf der Arbeit nach und nach entwickelt. An dieser Stelle wollen wir uns darauf verlassen, dass das intuitive Verständnis dieser vorläufigen Definition vorerst eine ausreichend klare Kommunikation erlaubt.

<sup>10</sup> Wir folgen dabei dem Prinzip, dass die Wahrheit von Annahmen in deduktiven Systemen selbstevident (unserer Erfahrung nach bisher immer wahr) sein sollte. Wir brauchen also den Systembegriff als Quelle der Evidenz zur Begründung unserer Definitionen und Annahmen. Grenzen und Möglichkeiten des Lernens und Handelns werden nicht aus Annahmen über die Beschaffenheit der Welt, sondern auf Basis einer selbstevidenten Beschreibung dessen, der lernt und handelt, abgeleitet. Die derzeit vorherrschende Sichtweise, dass eine Annahme- oder Axiomenmenge aus möglichst wenig Axiomen alles, was wir sowieso schon wissen, beweisbar machen sollte, teilen wir nicht. Wir werden sehen, dass unsere emergente Sichtweise die derzeitig vorherrschende Vermutung, dass sich die vollständige Erklärung der Welt aus einem kleinen Satz von Axiomen (bisher immer wahren oder selbstevidenten Grundtatbeständen) deduktiv erschließen lässt, eher unplausibel macht und unsere Erkenntnismöglichkeiten substantiell einschränkt.

Daher suchen wir nach universellen Prinzipien und Restriktionen, denen der Erkenntnisapparat solcher Systeme unterworfen ist, um dann realistische Grenzen und Möglichkeiten des Lernens, Vorhersagens und Entscheidens sehen und beschreiben zu können.

Die zentralen Unterschiede, die sich aus dieser Perspektive zur üblichen Vorgehensweise in den Wirtschaftswissenschaften ergeben, sind die Folgenden:

**1. Mengen oder Sequenzen von Messungen werden kreativ zu Beobachtungen zusammengefasst.**

Wir verwenden einen anderen Beobachtungsbegriff. In unserem Ansatz versuchen wir auch Eigenschaften von Mustern von Messergebnissen vorherzusagen. Als Beobachtung bezeichnen wir deshalb jedes Muster von Messungen. Weiterhin unterstellen wir, dass Systeme autonom Mengen von Messungen zusammenfassen können und so das, was vorhersagbar ist, kreativ finden können. Lernende Systeme versuchen nicht passiv das, was ihnen die Welt von außen als Beobachtung vorgibt vorherzusagen, sondern sie konstruieren aktiv, durch Zusammenfassen von Messungen und Probieren, bisherige Vorhersehbarkeit. Nur so können wir unser Augenmerk auf emergente Phänomene richten.

**2. Ziel von Wissenschaft ist die Suche nach bisher immer vorhersehbar gültigen Relationen von Sequenzen von Entscheidungsergebnissen unterschiedlicher Entscheidungsregeln.**

Wir betrachten die aktive Suche nach Handlungsregeln, die gegeben ein Ziel bisher immer vorhersehbar zu besseren Entscheidungsergebnissen geführt hätten als untersuchte Alternativen, als das letztendliche Ziel von Forschung. Ziel von Wissenschaft ist die zutreffende Vorhersage der Relation von Entscheidungsergebnissen unterschiedlicher Handlungsheuristiken.

Unser Erkenntnisziel ist nicht die deduktiv nomologische Erklärung von Beobachtungen.

**3. Anwendbarkeit der Logik ist keine allgemeine Eigenschaft aller Phänomene der Welt.**

In unserem System haben die Logik und die Mathematik eine andere Rolle. Wir unterstellen, dass Logik nicht für alle Phänomene der Welt a-priori gültig ist, sondern dass lernende Systeme so konstruiert sind, dass sie Gedächtnisse aufbauen, deren Inhalte dann technisch mit Instrumenten, die den formalen Regeln der Logik folgen, weiterverarbeitet werden können.

Lernende Systeme „filtern“ und „speichern“ Phänomene, die sich bisher zutreffend mit den Methoden der Logik weiterverarbeiten ließen.

**Unsere Vorgehensweise**

Wir verwenden nicht die vorherrschende reduktionistische Methode - die Deduktion von „optimalen Entscheidungen“ oder „optimalen Vorhersagemodellen“ aus angenommenen metaphysischen Eigenschaften von menschlichem Verhalten oder von Zufallsvariablen.

Wir fragen uns zuerst, welche bisher wahren Aussagen über seine Gedächtnisinhalte ein lernendes und handelndes System überhaupt machen kann, wenn seine Gedächtnisinhalte sich mit den Methoden der Logik verarbeiten lassen. Dabei interessieren wir uns insbesondere für durch kreatives

Suchen zu findende Aussagen über Relationen von Sequenzen von Entscheidungsergebnissen unterschiedlicher Handlungsheuristiken.

In einem zweiten Schritt verlassen wir die Position des „undefinierten Beobachters.“ Die übliche Unbestimmtheit der Fähigkeiten desjenigen, der etwas über ein lernendes und handelndes System sagt, wird aufgegeben. Stattdessen definieren wir genau, welche Fähigkeiten das System hat, dass ein untergeordnetes System von außen vollständig betrachten und beschreiben kann. Wir definieren ein lernendes System, mit dem wir die Eigenschaften eines untergeordneten lernenden Systems vollständig beschreiben können. Aus dieser wohldefinierten übergeordneten Perspektive können wir dann Aussagen darüber machen, welche Eigenschaften Messapparate und Gedächtnisse des untergeordneten Systems haben müssen, damit die Gedächtnisinhalte mit den Regeln der Logik verarbeitet werden können.

Damit glauben wir ein Begriffssystem entwickelt zu haben, das uns prinzipielle Regeln „bisher wahren Vorhersagens“, „bisher vernünftigen Entscheidens“ und „überlebensfördernder Zielauswahl“ autonom lernender und handelnder Systeme und Möglichkeiten und Grenzen der Übertragbarkeit in die Zukunft systematisch finden und algorithmisieren lässt.

Dieses Begriffssystem lässt sich mit Hilfe von 6 aus der Wissenschaftstheorie bekannten, allerdings jeweils an zentralen Stellen modifizierten Prinzipien entwickeln: Dem logischen Empirismus, der Emergenz, der Dominanz, der Falsifikation, der Relativität und der Berechenbarkeit.

In diesem Aufsatz wollen wir uns nur mit der Frage nach den Grenzen und Möglichkeiten des Lernens eines einzelnen Systems befassen. Dazu werden wir nur die ersten vier der sechs genannten Prinzipien verwenden.

Die Bedingungen der Anwendbarkeit der Logik werden wir mit den Prinzipien Relativität und Berechenbarkeit in einer nachfolgenden Arbeit analysieren.

### 3. Prinzipien empirischer Erkenntnis und die Möglichkeiten und Grenzen empirischen Wissens

#### 3.1. Logischer Empirismus – mit Mustern von Messungen als Beobachtungen (Prinzip 1)

If we knew what it would be for a given sentence to be found true then we would know what its meaning is.[...] Thus the meaning of a sentence is in a certain sense identical with the way we determine its truth or falsehood; And a sentence has meaning only if such a determination is possible.<sup>11</sup>

(Rudolf Carnap: Testability and Meaning I, S. 420)

#### Zentrale Thesen:

- Eine Aussage ist nur dann empirisch sinnvoll, wenn man die Beobachtungen angeben kann, die sie wahr oder falsch machen.
- Ein geeigneter Beobachtungsbegriff ist nicht das einzelne Messergebnis, sondern der der wohldefinierten Menge von Messergebnissen in einem Gedächtnis.
- Wahrheit des Gedächtnisses liegt vor, wenn die Gedächtnisinhalte tatsächliche und unveränderliche Messergebnisse sind.
- Wahrheit des Gedächtnisses ist die Voraussetzung für die Wahrheit von Lernergebnissen.
- Über die Information, an welchem Rezeptor und zu welchem Zeitpunkt eine Messung durchgeführt wurde, haben wahre Gedächtnisse Eigenschaften, die eine Verarbeitung der Gedächtnisinhalte mit Hilfe der Mengenlehre und der darauf aufbauenden Mathematik ermöglichen.
- Funktionen dienen zur Beschreibung von Eigenschaften von Beobachtungen und Relationen zu ihrer Auswahl.
- Die Menge der möglichen Funktionsergebnisse ist a-priori (falls man sie als existent betrachtet) und Beobachtungen liegen niemals in dieser Menge.

#### 3.1.1. Messsysteme

Grundsätzliche Quelle des Lernens sind immer die von einem System bisher gemachten Messungen. Um Messungen durchführen zu können, braucht ein lernendes System Rezeptoren – oder fundamentale Merkmalsträger. Es gibt keine andere Schnittstelle zur Welt. Außerdem muss auch ein Gedächtnis vorhanden sein, in dem gespeichert ist, in welcher Reihenfolge und an welchem Rezeptor welches Messergebnis gemacht wurde. Ohne ein Gedächtnis gäbe es jeweils nur die unverbundenen Messergebnisse des Rezeptorsystems zu einem Zeitpunkt. Erst ein Gedächtnis gibt dem System die

---

<sup>11</sup> Uns geht es nicht um die Klärung der Bedeutung und Wahrheit von sprachlichen Ausdrücken. Die Analyse von Sprache ist für uns auf der Ebene eines übergeordneten lernenden Systems angesiedelt, das in der Lage ist, eine Menge von Systemen von außen zu beobachten und seine Zustände zu beschreiben. Die sprachlichen Ausdrücke sind nur Zeichenketten, mit denen wir aus übergeordneter Perspektive Eigenschaften der Systeme kompakt und korrekt beschreiben können. Allerdings teilen wir die Einschätzung, dass „Bedeutung“ nur durch die exakte Bestimmbarkeit der Beobachtungen entsteht, die zur Klärung der Wahrheit oder Falschheit einer Aussage notwendig sind.

Möglichkeit der Verbindung von Messergebnissen zu unterschiedlichen Zeitpunkten und seine Existenz ist somit auch Grundvoraussetzung für einen Lernprozess.

Da es unser Ziel ist, Muster von Messergebnissen vorherzusagen, und diese Muster nur in einem Gedächtnis vorhanden sein können, müssen wir uns also auf den Versuch zukünftige Gedächtnisinhalte vorherzusagen, beschränken. Wir behaupten nicht, dass wir etwas über die Welt außerhalb eines Gedächtnisses sagen können.

Die Verbindung zu den Phänomenen dieser Welt entsteht erst durch die Forderung, dass im Gedächtnis tatsächliche Messergebnisse abgespeichert sein sollen und dass die Gedächtnisinhalte unveränderlich sind.<sup>12,13</sup>

Wenn Gedächtnisinhalte diese Eigenschaften haben, dann haben sie die Eigenschaften von Urelementen der Mengenlehre.

#### **Beispiel 4: Nicht Trivialität der Anforderungen an Urelemente: Der Umdrehtest**

*Nehmen wir an, auf einem Tisch liegen zwei Birnen und drei Äpfel. Man fordert einen Beobachter des Tisches auf sich umzudrehen. Er soll dann ohne hinzusehen die Anzahl der Elemente in der Vereinigungsmenge der Äpfel und Birnen bestimmen.*

*Wenn der Beobachter mental in der Lage ist Mengenoperationen mit Gedächtnisinhalten auszuführen, dann wird er sicher auf Basis der Mengenlehre und der, auf der Mächtigkeit von Mengen aufbauenden, Arithmetik die Antwort „5 Elemente“ geben.*

*Die prognostische Wahrheit dieser Antwort ist aber nur durch eine nachfolgende Beobachtung der tatsächlichen Obststücke auf dem Tisch überprüfbar. Hätte jemand in der Zwischenzeit einen Apfel vom Tisch entfernt oder wäre zwischenzeitlich aus einem Apfel eine Pflaume geworden oder wären zwei Äpfel zu einem verschmolzen, so wären wichtige Voraussetzungen für die prognostische Kraft der Berechnung – die Unterscheidbarkeit und zeitliche Konstanz von Elementen einer Menge, für die wir etwas vorhersagen wollen – nicht mehr gegeben und die Überprüfung würde die, auf Basis der Anwendung der Mengenlehre auf Gedächtnisinhalte, gemachte Vorhersage falsifizieren. Um die Mengenlehre mit Gewinn auf die Birnen und Äpfel anwenden zu können, müssen diese also schon eine ganze Menge an wichtigen Eigenschaften besitzen.*

*Ob irgendetwas geeignet ist, als Element einer Menge betrachtet zu werden, ist also nicht trivial. Wir werden uns damit aber erst in einem noch folgenden Aufsatz beschäftigen können.*

Wir fassen noch einmal zusammen:

- Die Kombination von Rezeptoren und Gedächtnis nennen wir ein Messsystem.
- Jedes einzelne Messergebnis im Gedächtnis ist wahr und konstant (Wahrheit des Gedächtnisses).

---

<sup>12</sup> Diese grundsätzliche „Wahrheitsbedingung“ ist von einem lernenden System nicht selbst beurteilbar. Wahrheit ist also fundamental subjektiv und relativ zum Gedächtnis eines lernenden Systems. Allerdings lässt sich diese Bedingung von außen, von einem übergeordneten lernenden System aus überprüfen. Wir werden dies im Aufsatz zur Relativität beschreiben.

<sup>13</sup> An dieser Stelle soll die Natur der Messergebnisse noch nicht diskutiert werden. Später werden wir argumentieren, dass es sinnvoll ist, für „primäre“ Messsysteme, Messergebnisse als Aufzeichnungen darüber zu betrachten, ob eine bestimmte Art von Interaktion mit der Außenwelt stattgefunden hat. Somit können sie formal als binäre Variablen dargestellt werden.

- Ein Messsystem hat immer nur eine endliche Menge an Messergebnissen im Gedächtnis.
- Messergebnisse haben die notwendigen Eigenschaften von „Urelementen“ der Mengenlehre

Im nächsten Schritt geht es darum, effizient wahre Aussagen über Kombinationen von Messungen aus dem Gedächtnis eines Messsystems machen zu können.

### 3.1.2. Rolle von Mengenlehre und Mathematik

Wie gesagt, gehen wir davon aus, dass Messergebnisse im Gedächtnis durch die Zuordnung zu einem Rezeptor und einem Messzeitpunkt eindeutig und dauerhaft identifiziert sind. Deshalb können wir sie als Urelemente interpretieren und auch sinnvoll zu Mengen zusammenfassen.

Wir bezeichnen jede Teilmenge der Menge aller Messergebnisse im Gedächtnis als „**Beobachtung**“. Die Menge aller Beobachtungen ist dann die Potenzmenge über der Menge aller Messergebnisse.

- Jedes Messergebnis ist einem Rezeptor und einem Zeitpunkt zugeordnet und so eindeutig identifiziert.
- Jede Teilmenge der im Gedächtnis gespeicherten Messergebnisse nennen wir eine Beobachtung.
- Die Menge aller Teilmengen der im Gedächtnis gespeicherten Menge von Messergebnissen ist eine Sigma-Algebra (abgeschlossen bzgl.  $\cup, \bar{A}$ ).
- Nur in dieser Menge können wir nach empirischen Regelmäßigkeiten suchen.

Über der Menge aller Beobachtungen können wir nun Regeln konstruieren, mit deren Hilfe wir aus dieser Menge Elemente auswählen. Dabei sind die a-priori Informationen über Rezeptor und Zeitpunkt die ersten Auswahlkriterien, die uns zur Verfügung stehen. Zumindest die Zeitpunkte haben immer zusätzlich a-priori Ordnung (Gleichzeitigkeit an verschiedenen Rezeptoren und die Reihenfolge der Messungen sind eindeutig). Zumindest in natürlichen Systemen haben auch die Rezeptoren (eine meist räumliche) a-priori Ordnung. Schließlich können die Messergebnisse aber auch schon in einer Form (z.B. Zahlen oder Buchstaben) gespeichert werden, in der wir ihnen leicht und zwanglos a-priori Eigenschaften zuweisen können. Beispiele für solche Auswahlregeln wären dann:

- (1) Wähle für den Zeitpunkt  $t$  die Messung an Rezeptor  $i$ , wenn das Messergebnis größer als die Messung zum Zeitpunkt  $t-1$  an Rezeptor  $i$  ist.
- (2) Wähle alle Messungen an Rezeptor  $i$  für die zu diesem Zeitpunkt an Rezeptor  $j$  ein Wert  $>$  bisheriger Mittelwert der Messungen an  $j$  gemessen wurde.

Funktionen und Relationen erfüllen dabei die folgenden Aufgaben:

- **Funktionen bestimmen Eigenschaften von Beobachtungen:**  
( $|\{A\}|, +, -, \cdot$  ... *Mittelwert, Median, Varianz* ...)
- **Relationen wählen Beobachtungen aus**  
( $=, >, <$  ...)

Warum unterscheiden wir explizit zwischen Beobachtungen und durch Funktionen beschriebene Eigenschaften von Beobachtungen? Es ist sehr wichtig zu erkennen, dass Funktionsergebnisse nicht in der Menge der Beobachtungen liegen können, da sie keine Bilder konkreter Phänomene der Welt sind.

Betrachten wir ein Messergebnis aus Beispiel 1: Den Schlusskurs des S&P 500 am 31.10.2014. Wir notieren diesen Kurs in unserem Gedächtnis in Form einer Zahl: 2018,05 (vielleicht fügen wir noch USD hinzu, dass ist aber an dieser Stelle nicht relevant). Was wir aber tatsächlich in unserem Gedächtnis speichern, ist die Erinnerung an ein konkretes Phänomen der Welt. Wir wollen behalten und aufzeichnen, wie groß jene Menge Geld<sup>14</sup> war, die den Besitzer gewechselt hat, als das durch den Index definierte Portfolio (wir sehen an dieser Stelle von Teilbarkeitsproblemen ab) von Aktien bei der letzten Transaktion des Handelstages 31.10.2014 ge- bzw. verkauft wurde.

**Gedächtnisinhalte bezeichnen konkrete Phänomene der Welt, von denen sie ein „Bild“ speichern.**

Diese Bilder konkreter Phänomene haben keine a-priori Eigenschaften. Erst dadurch, dass wir eine bestimmte Form von Bild wählen, z.B. eine Zahl, ordnen wir dieser Messung auch die dazugehörigen Eigenschaften (im Beispiel also die Eigenschaften von Zahlen) zu. Dieses Bild sollte dann mit einem konkreten Phänomen – im Beispiel mit der Mächtigkeit der Menge des Geldes – verbunden sein. Diese Zahlen haben dann eine große Anzahl von a-priori Eigenschaften, die unserem Messsystem auch a-priori bekannt sein können - aber nicht müssen.

Die Menschheit kann mittlerweile durch einige wenige Regeln definieren, wie wir immer mehr dieser Eigenschaften von Zahlen ableiten können. Mit Hilfe der ZF-Axiome<sup>15</sup> der Mengenlehre oder der Axiome der Peano-Arithmetik<sup>16</sup> können wir ganz kompakt festlegen, wie wir Mengen und Zahlen bilden und verarbeiten und die Regeln angeben, mit denen wir die Eigenschaften der Ergebnisse dieser Verarbeitungen a-priori – vor einer jeden Messung - bestimmen könnten. Dies kann ein Messsystem natürlich nur dann, wenn es diese Regeln auch kennt, wenn die Funktionen und Relationen (oder zumindest die notwendigen Bausteine zu ihrer Berechnung) in seiner „Hardware“ implementiert sind.

Wenn wir entscheiden wollen, ob in (1) die nächste Messung an  $i$  größer ist als das vorherige Messergebnis, dann müssen die Funktionsergebnisse eine Ordnung aufweisen, die auf die Messergebnisse übertragen wird. Wir können auf diese Weise eine Menge von Messergebnissen, eine Beobachtung, auswählen. Die Verfahren können wir auch anwenden, wenn die Funktion nicht die Eigenschaften einzelner Messergebnisse, sondern von Beobachtungen beschreibt. Dies ist z.B. in der zweiten Funktion des zweiten Beispiels (bisheriger Mittelwert) der Fall.

---

<sup>14</sup> Diese kann z.B. durch die Mächtigkeit der Menge an Cent-Stücken, oder die Änderungen der Bit-Kombinationen im Computer gemessen worden sein.

<sup>15</sup> Hier sind die Axiome der Zermelo-Frenkel-Mengenlehre gemeint. Vgl. z.B. Dirk W. Hoffmann, Grenzen der Mathematik, Eine Reise durch die Kerngebiete der mathematischen Logik, S. 43.

<sup>16</sup> Vgl. z.B. Dirk W. Hoffmann, Grenzen der Mathematik, Eine Reise durch die Kerngebiete der mathematischen Logik, S. 132.

Wir sollten dabei aber nicht unterstellen müssen, dass diese Ordnung aus den bisherigen Beobachtungen gelernt worden ist. Die Funktion muss also in dem Beispiel ein Ergebnis in den rationalen Zahlen haben, deren Ordnung schon außerhalb des Gedächtnisses mit Regeln definiert wurde. Die Kenntnis der Ordnung der rationalen Zahlen ist dann a-priori und die Relation nutzt diese a-priori Ordnung zur Entscheidung.

Wir haben es also mit zwei fundamental unterschiedlichen Bestandteilen lernender Systeme zu tun:

1. Dem a-priori System der durch Funktionen beschriebenen möglichen a-priori Eigenschaften von Beobachtungen

Sie dienen letztendlich nur als Input in Relationen zur Auswahl von Beobachtungen. Die Menge der möglichen Eigenschaften wird durch Regeln definiert und ist nicht unbedingt abschließend aufschreib- und damit auch nicht beobachtbar. Sie können somit in diesem Sinne „unendlich“ sein.

2. Die Menge aller Beobachtungen, die mit Hilfe von aus Funktionen und Relationen zusammengesetzten Regeln ausgewählt werden kann.

Diese ist prinzipiell endlich. Jede sinnvolle Relation und jede aus Relationen kombinierte Regel muss eindeutig Beobachtungen auswählen. Für jede Beobachtung muss eindeutig entschieden werden können, ob sie die durch die Funktion beschriebenen Eigenschaften hat oder nicht.

Nur, wenn ein lernendes System die Fähigkeit hat, Beobachtungen auf Basis von Regeln auszuwählen, kann es auch etwas über die Eigenschaften zukünftiger Gedächtnisinhalte (zukünftige Beobachtungen) aussagen. Eine Prognose ist also die Vorhersage von Eigenschaften von Beobachtungen, die Messergebnisse für die Zeit nach t umfassen, wenn nur die Messergebnisse für die Zeit bis t und a-priori Eigenschaften zu ihrer Erstellung verwendet wurden.

Dabei ist es gar nicht entscheidend, ob das System alle möglichen Beobachtungen, die eine Regel wahr machen würden, ex-ante bestimmen kann. (Entscheidend ist die Fähigkeit ex-post überprüfen zu können, ob eine Beobachtung eine Regel erfüllt.)

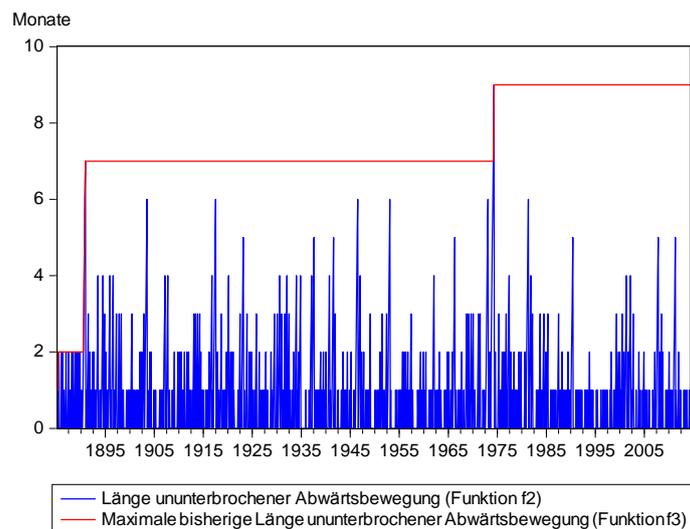
Die technisch implementierte Menge der Funktionen und Relationen mit denen Beobachtungen ausgewählt werden können, bestimmt die a-priori Lernfähigkeit des Systems.

**Beispiel 5: Die Konzepte Messung, Beobachtung und Eigenschaft einer Beobachtung:**

*Betrachten wir ein Gedächtnis, das die Monatsschlusskurse des S&P500 von September 1959 bis Oktober 2014 umfasst.*

Name / Formale Beschreibung	Konzept	Bemerkung
$P_{S\&P}$	Name eines Rezeptors	
$P_{S\&P,t}$	Messergebnis für den Zeitindex t	
$A_{1,t} = \{P_{S\&P,t}, P_{S\&P,t-1}\}$	Beobachtung für den Zeitindex t	2er Sequenz von Preisen
$f_1(A_{1,t}) = \ln\left(\frac{P_{S\&P,t}}{P_{S\&P,t-1}}\right)$	Funktion über der Beobachtung $A_{1,t}$	Ergebnis ist eine Eigenschaft der Beobachtung $A(1,t)$ , die stetige Rendite
$f_1(A_{1,t}) > 0$	Relation zu einer a-priori Grenze	
$A_2 = \{A_{1,t}   f_1(A_{1,t}) > 0\}$	Durch Relation ausgewählte	Menge der aufeinander

	<i>Beobachtung</i>	<i>folgenden Preise an Tagen mit positiver Rendite</i>
$A_3 = \{A_{1,t-1}   f_1(A_{1,t}) > 0\}$	<i>Durch Relation ausgewählte Beobachtung</i>	<i>Menge der Preispaare vor Tagen mit positiver Rendite (Preispaar vor Abschluss einer Abwärtsbewegung)</i>
$f_2(\{A_{1,t}\}) = \text{Wenn}(f_1(A_{1,t}) > 0, 0, f_2(\{A_{1,t-1}\}) + 1)$	<i>Funktion über der Beobachtung <math>\{A_{1,t}\}</math></i>	<i>berechnet die Anzahl der Monate mit ununterbrochener Abwärtsbewegung</i>
$f_3(\{A_{1,j}   (j < t) \wedge A_{1,j} \in A_3\}) = \text{Max}(\{f_2(A_{1,j})   (j < t) \wedge A_{1,j} \in A_3\})$	<i>Funktion über der Beobachtung <math>\{A_{1,j}   (j &lt; t) \wedge A_{1,j} \in A_3\}</math></i>	<i>Berechnet das Maximum der Länge der bisherigen abgeschlossenen, ununterbrochenen Abwärtsbewegungen bis zum Zeitpunkt t</i>



### Beispiel 6: Rekonstruktion des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“

Was bedeutet in unserer Rekonstruktion die Aussage: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Rendite des S&P 500 über 0 liegt ist 0.5?

Die verbreitetste Interpretation des Begriffs Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis A ist die des Grenzwerts der relativen Häufigkeit im Unendlichen:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\text{AbsH}(A)}{n} \right)$$

In unserer Interpretation ist dies nur eine behauptete Eigenschaft zweier hypothetischer Beobachtungen. Die erste Beobachtung ist die Teilmenge unendlich vieler Messungen, die eine bestimmte Eigenschaft A hat, deren Mächtigkeit wiederum eine Eigenschaft dieser Menge ist. Die zweite Beobachtung ist einfach eine Menge von unendlich vielen Messergebnissen im Gedächtnis. Auch deren Mächtigkeit wird betrachtet und man sagt, dass die Mächtigkeit dieser Menge mit dem Zeichen „∞“ zutreffend beschreibbar ist. Dies sind Mengen von

Messergebnissen und Eigenschaften dieser Mengen von denen wir glauben, dass sie noch nie jemand tatsächlich beobachtet hat. Uns scheint es auch sicher, dass es uns immer unmöglich bleiben wird zu überprüfen, ob nach unendlich vielen Beobachtungen die relative Häufigkeit der relativen Preisänderungen des S&P 500 größer als 0, gerade 0.5 ist.

Nach unserer Definition ist dies keine sinnvolle Aussage, da die Beobachtungen anhand derer die Wahrheit dieser Aussage überprüft werden kann, niemals gemacht werden können.

### Beispiel 7: Interpretation des Begriffs „Unendlich“

Betrachten wir zum Beispiel die folgende Aussage: Die möglichen Kurse des S&P 500 (in ct.) liegen zwischen 0 und Unendlich ( $P_{t,S\&P500} \in [0, \infty]$ ) dann meinen wir sicher nicht, dass wir ein Messergebnis erwarten, für den das Zeichen  $\infty$  die richtige Beschreibung wäre.

Tatsächlich ist gemeint, dass wir Zahlen nach den Regeln der Peano-Arithmetik rekursiv bestimmen, und diese Regel für jeden Preis, den wir in Zukunft beobachten werden, uns das richtige Zeichen in der a-priori Menge der möglichen Zahlzeichen für Natürliche Zahlen generieren lässt. Und dies, obwohl diese Menge nicht in dem Sinne je existiert hat oder je existieren wird, dass alle Zahlzeichen aufgeschrieben würden und wir das Richtige dann heraussuchen könnten.

Der mögliche Preis liegt zwischen 0 und einer uns nur unbekanntem Obergrenze ( $P_{t,S\&P500} \in [0, P_o], P_o < \infty$ ). Wir sollten also nicht unseren Deduktionsapparat – bewaffnet mit den Theoremen aus „Kantors Paradies“ (das Regeln zum Umgang mit dem Zeichen  $\infty$  enthält) – anwerfen, sondern statt dessen anerkennen, dass es ein Prognoseproblem ist, welche Preise tatsächlich möglich sind. Man findet fast immer eine Regel, die eine Grenze (für unser Beispiel:  $P_{o,t} = \text{Preis}(t-1) * (1 + \text{das Maximum der bisherigen Renditen} + \text{Maximum der bisherigen Änderungen der Maximalen Rendite})$ ) berechnet, die der Preis des nächsten Tages bisher nie überschritten hätte. Wir sollten dann allerdings nie unterstellen, dass dies auch ewig wahr bleiben muss.

Hingegen hat das Zeichen „ $-\infty$ “ in der Aussage, dass die mögliche stetige Rendite der Deutschen-Bank-Aktie zwischen  $-\infty$  und  $r_{o,t} = \ln\left(\frac{P_{o,t}}{P_{t-1,DB}}\right)$  liegt ( $\ln\left(\frac{P_{t,DB}}{P_{t-1,DB}}\right) \in [-\infty, r_{o,t}]$ ) tatsächlich eine mögliche Beobachtung, die durch das Zeichen „ $-\infty$ “ beschrieben wird. Wenn  $P_{t,DB} = 0$ , (wenn die Deutsche Bank also pleitegehen sollte und ihre Aktien wertlos werden) dann ist die Beobachtung aufgetreten, die durch dieses Zeichen beschrieben wird. (Wie man z.B. im Fall Lehman Brothers gesehen hat, kann dies tatsächlich eintreten.)

Unendlich ist ein Konzept aus der Welt der a-priori Eigenschaften von Zahlen oder Mengen. Ob es tatsächlich eine mögliche Beobachtung beschreibt, ist nicht von vornherein bestimmt. Aus diesem Grund nennen wir nur solche Aussagen empirisch sinnvoll, bei denen klar ist, welche Beobachtung eines Messsystems sie wahr und, welche Beobachtung sie falsch macht.

### 3.2. Emergenz – mit Vorhersagbarkeit als emergierender Eigenschaft (Prinzip 2)

The myth of collective behavior following law is, as a practical matter, exactly backward. Law instead follows from collective behavior, as do things that flow from it, such as logic and mathematics.

(R. B. Laughlin, A Different Universe, Remaking Physics from the Bottom Down)

#### Zentrale Thesen:

- Ein geeigneter Gesetzesbegriff ist die a-priori Regel, mit der emergente, bisher immer wahre Eigenschaften von Beobachtungen beschrieben werden.
- Emergenz setzt autonome Suche voraus.
- Ein Objekt ist eine Regel zur Beschreibung von Beobachtungen, die „Träger“ von Gesetzen sind. Instanzen eines solchen Objekts sind Beobachtungen, die diese Regel erfüllen.
- Instanzen von Objekten sind als die in der Statistik verwendeten Merkmalsträger interpretierbar.
- Die zentrale Fähigkeit eines lernenden Systems ist die Fähigkeit zur Aufdeckung empirischer Gesetze und der darauf basierenden Prognose von Eigenschaften von Objekten.

#### 3.2.1. Gesetze, Objekte und vorhersehbare Eigenschaften von Beobachtungen

##### *Bisher wahre emergente Gesetze*

Die Intuition zu unserem Begriff **bisher wahrer empirischer Gesetze** ist die folgende:

- Gesetze sind Relationen,<sup>17</sup> die auf beiden Seiten der Relation auch über Funktionen von Mengen von Messungen formuliert werden können.
- Sie sind Relationen zwischen Eigenschaften von Beobachtungen, die bisher immer zutreffend waren.
- Ihre bisherige Wahrheit reicht als Bedingung, um auch an ihre zukünftige Gültigkeit zu glauben.

Auf dieser Basis können wir unseren Begriff eines empirischen Gesetzes definieren:

Eine Relation (R) zwischen zwei Funktionen (Eigenschaften) von Beobachtungen ( $A_{t_{1u}...t}$ ), ( $B_{t_{2u}...t_{2o}}$ ) mit Messungen vom Zeitpunkt  $t_{1u}$  bis zum Zeitpunkt  $t$  bzw.  $t_{2o}$

---

<sup>17</sup> Die Generalisierung dieser Definition auf komplexere Regeln (Verknüpfungen mehrerer Relationen) ist praktisch einfach möglich. Eine formale Definition wollen wir aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht geben. In der weiteren Argumentation werden wir aber durchaus Emergenz von Gesetzen, die auf komplexerer Regeln basieren, verwenden, da die intuitive Übertragung leicht gelingt.

$$f_1(A_{t_{1u}...t}) R f_2(B_{t_{2u}...t_{2o}})$$

oder zwischen einer Funktion und einem a-priori Wert<sup>18</sup> c

$$f_1(A_{t_{1u}...t}) R c$$

mit  $(t_{1u}, t_{2u}, t_{2o} \leq t)$  soll zum Zeitpunkt t **bisher wahres empirisches Gesetz** heißen, wenn:

1. Die Relation für alle bisher beobachteten Zeitpunkte  $\tau \in \{T + N \dots t\}$  wahr war, und
2.  $t \geq 2 \cdot T + N$  mit

$T = \text{Max}(\text{Wenn}(t_{io} = t, t - t_{iu} + 1, 0))$  (Größe der Emergenzmenge)<sup>19</sup> und  
 $N = \text{Anzahl Messzeitpunkte, für die zu Beginn keine Beobachtung berechnet werden kann.}$

Dies bedeutet, dass schon genügend Messungen vorliegen müssen, damit die Relation zum Zeitpunkt  $T + N$  erstmals beobachtet werden konnte und zum Zeitpunkt  $2 \cdot T + N$  dann erstmals (mit einer ganzen Beobachtung von  $T$  Messungen) bestätigt werden konnte.

Wenn die Relation für  $T + N$  wahr ist und  $t < 2 \cdot T + N$  ist, dann wollen wir die Relation eine **Hypothese** nennen. Erst ab dem Zeitpunkt  $T + N$  können wir aus den Messungen heraus die Idee entwickeln, dass die behauptete Relation wahr ist. Aber es sind noch nicht genug Messungen vorhanden, um sie zumindest einmal (vollständig) zu bestätigen.

Wir können an dieser Stelle schon sehen, dass Falsifikation und Bestätigung asynchron verlaufen. Zu jeder zwischenzeitlichen Messung ist Falsifikation möglich, bis aber eine vollständige weitere Bestätigung möglich ist, müssen erst zusätzliche  $T$  Messungen erfolgt sein.

Wenn die Relation für  $T + N$  und alle  $\tau$  bis zu irgendeinem  $\tau_1 > 2 \cdot T + N$  wahr war, in  $\tau_1$  aber falsifiziert wurde, dann sprechen wir von einem **falsifizierten Gesetz**. Die Hypothese war irgendwann mal wahr, ist aber zwischenzeitlich falsifiziert worden.

Dabei sollen dann nicht durch logisches Deduzieren aus Annahmen über die Natur der Relation im unendlichen Gesetze abgeleitet werden, sondern durch Variation von  $f_1, f_2, A$  und  $B$ , durch probieren, rein empirisch nach bisher immer wahren Relationen gesucht werden.

Wir definieren deshalb ein emergentes empirisches Gesetz wie folgt:

Ein empirisches Gesetz, dass durch einen Suchprozess bei dem

---

<sup>18</sup> Dabei ist es wichtig, dass es sich bei  $c$  um eine echte a-priori Grenze handeln muss. Der Wert muss also vor der ersten Messung festgesetzt sein. Will man die Frage: „Ist  $c$  die obere empirische Grenze für Renditen“ beantworten, so darf man natürlich nicht die bisher beobachtete größte Rendite als  $c$  wählen.

<sup>19</sup> Natürlich ist es auch möglich in das unter anderen Ordnungen als der a-priori Ordnung der Zeit eine solche Menge gefunden wird. Allerdings bereitet die Abgrenzung zulässiger Ordnungen unserer Meinung nach einen nicht unerheblichen Aufwand. Deshalb wollen wir an dieser Stelle nur Emergenz in zeitlicher Ordnung systematisch behandeln.

1. durch die aktive, vom System autonom durchgeführte, Variation und Überprüfung der Relationen  $f_i(A_k) R f_j(B_l)$  für alle Kombinationen aus den nicht leeren Mengen  $F_1 = \{f_i\}$ ,  $A = \{A_k\}$  und den Mengen  $F_2 = \{f_j\}$ ,  $B = \{B_l\}$ , bis eine der überprüften Relationen für alle  $t > T + N$  wahr wird (Wenn  $F_2 = \{ \}$  und  $B = \{ \}$  dann ist die untersuchte Relation  $f_i(A_k) R c.$ ) gefunden wurde,

wobei

2. zumindest eine der Mengen mindestens 2 nicht identische Elemente enthielt.
3. die Emergenzmenge eine Mächtigkeit  $T > 1$  hatte
4. und auch  $T$  variiert wurde.

heißt **emergentes empirisches Gesetz**

Emergenz hat also zwei Voraussetzungen:

- Erstens die **Autonomie** des Systems zur Suche nach bisher immer wahren Relationen ohne durch a-priori Restriktionen auf eine vorherzusagende Größe beschränkt zu werden und
- zweitens die **Kreativität** Funktionen und Mengen von Messungen neu kombinieren zu können.

Autonomie und Kreativität sind die notwendigen Voraussetzungen dafür, dass ein System sich auf die Suche nach emergenten empirischen Gesetzen machen kann. Emergente empirische Gesetze entstehen durch einen autonomen, kreativen Suchprozess, bei dem dass, was vorhergesagt werden kann, endogen bestimmt wird.

**Beispiel 8: Suche nach Emergenz von Vorhersehbarkeit in Summen von Renditen**

*Nehmen wir z.B. die Frage, ob es eine Periodenlänge  $T$  gab, für die die kumulierte Rendite einer Aktie immer größer als 0 war.*

$$f_\tau = \sum_{i=t-\tau}^t r_i = S_{r,\tau,t} \text{ mit } A_{t-\tau..t} = \{P_{t-\tau-1}, P_{t-\tau}, \dots, P_t\} \text{ und } r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, c = 0 \text{ und } R: " \geq "$$

*So erhalten wir die Relation*

$$S_{r,\tau,t} \geq 0 \text{ mit } T = \tau \text{ und } N = \tau - 1$$

*Ein emergentes Gesetz erhalten wir durch aktive Suche nach einem  $T$  für das die Relation*

$$S_{r,\tau,t} \geq 0$$

*wahr wird.*

*Die Suche wird durch folgenden Algorithmus durchgeführt:*

*Für alle  $\tau \in \{1, 2, 3, \dots, \text{Int}(\frac{\text{Anzahl Messungen} - N}{2})\}$  berechne  $S_{r,\tau,t}$*

*Wenn  $\forall t > \tau + N$  ( $S_{r,\tau,t} \geq 0$ ) dann stoppe,*

*für  $T = \tau$  es ist ein emergentes Gesetz gefunden.*

## Logik und autonome, kreative Induktion

Die angewandte Suche nach empirischen Gesetzen allgemein, und damit auch nach elementaren emergenten Gesetzen, in neuen Gedächtnissen oder Datenbanken ist überhaupt nicht als logisches Problem zu sehen. Warum das so ist, wollen wir kurz begründen. Dazu wollen wir

$$A_{T,t} = f_1(A_{t_{1u} \dots t}) R f_2(B_{t_{2u} \dots t_{2o}})$$

als einfaches Prädikat oder elementare logische Aussage betrachten.

Unsere Gesetzeshypothese lässt sich dann einfach als  $\forall t > T + N (A_{T,t})$  schreiben.

Die Logik ist für das Phänomen der Emergenz blind, da sie die Auswertung des Wahrheitswerts elementarer Aussagen nicht als Problem begreift. Die Problemstellung, elementare Aussagen zu finden, deren Wahrheitswert immer (nicht aus logischen, sondern aus empirischen Gründen) „wahr“ ist, liegt nicht im Bereich der Logik. Hier geht es nur um die Wahrheit von Aussagen, die sich aus der logischen Struktur der Aussagen also z.B.  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$  und gegebenen Wahrheitswerten der Elementaraussagen deduzieren lassen.

Wenn wir also eine Logik auf ein bestehendes Gedächtnis neu anwenden wollen (z.B. mit einer Statistiksoftware eine neue Datenbank analysieren und so Gesetze in den Daten finden wollen) und wir für dieses Gedächtnis noch gar keine empirischen Gesetze kennen, dann sollte man scharf zwischen den immer wahren a-priori Eigenschaften z.B. von Zahlen oder Buchstaben, und a-priori Annahmen über noch zu findende Gesetzmäßigkeiten in den Daten unterscheiden.

Wenn die Einträge des Gedächtnisses als Zahlen interpretiert werden können, dann ist es a-priori sicher das z.B.

- für jeden Eintrag in dem Gedächtnis ein Zahlzeichen zu finden ist,
- das Zahlzeichen in der Menge der Zahlzeichen eingeordnet werden kann
- eine Menge von Zahlzeichen immer eine Verteilung hat
- eine Verteilung immer einen Mittelwert hat u.s.w.

Diese a-priori Informationen basieren aber auf der Konstruktion der implementierten Logik. Sie können zuerst nur dazu verwendet werden, um den Mengen von Gedächtniseinträgen Eigenschaften zuzuordnen, und dann zu schauen, ob diese Eigenschaften im Zeitverlauf immer wahr sind. Es gibt auf dieser Basis keine a-priori Vorschläge, wo genau man suchen soll.

Das Ausprobieren, ob es in der Menge der betrachteten Funktionen und Relationen und im „Universum“ der Messungen tatsächlich Kombinationen gibt, die immer wahre elementare Aussagen bilden, wird aber nicht als relevante Aufgabe der Logik gesehen. Wir können die Logik nur als Generator von Hypothesen und ihrer Überprüfung, nicht aber zur Bestimmung der Richtung der Suche nach immer wahren elementaren empirischen Aussagen verwenden. Um überhaupt anfangen zu können, in einem neuen Gedächtnis empirische Gesetze zu finden, braucht also ein System Autonomie.

Wenn aber in der Menge der elementaren Relationen mit einzelnen Messungen auf der linken Seite keine empirischen Gesetze zu finden sind, dann braucht es die Fähigkeit autonom Eigenschaften von Mengen von Messungen zu bilden, und diese auf ihre bisherige Vorhersehbarkeit hin zu überprüfen. Es braucht Kreativität.

Ansonsten müssen alle Hypothesen darüber, was man auf bisherige Vorhersehbarkeit hin überprüfen könnte, von außen kommen, also a-priori sein.

Genau solche a-priori Hypothesen, die die Vorgehensweise des Systems steuern, sind Annahmen über Ergodizität, Stationarität oder z.B. Normalverteilung. Diese können nicht aus der a-priori Information logisch geschlossen werden, sondern werden zusätzlich vom Forscher a-priorisch als wahr einfach unterstellt.

Die Konsequenzen der Verwendung solcher nicht berechtigten metaphysischen Glaubensannahmen sind erstaunlich gravierend. Wir wollen sie nun durch eine Analyse der derzeitigen Vorgehensweise in der angewandten Statistik transparent machen.

### *Emergente Gesetze und angewandte Statistik*

Fragen wir uns also, warum wir mit den Verfahren der angewandten Statistik in den Wirtschaftswissenschaften bisher keine empirischen Gesetze finden können.

Wir werden dabei zuerst den stochastischen Überbau einfach weglassen und nur die resultierenden Rechenregeln betrachten. Wo ist also der generelle Unterschied zu den in angewandten Statistik verwendeten Verfahren (z.B. Regressionsanalyse, ML-Schätzung aber auch im Maschinenlernen) verwendeten Art von Relationen und der auf Emergenz in einem Suchprozesses basierenden Vorgehensweise? Auch die angewandten Verfahren der Statistik verfolgen natürlich auch das Ziel, immer wahre Aussagen über Messungen und Mengen von Messungen zu finden. Kein Statistiker würde sich beschweren, wenn er ein empirisches Gesetz findet, dass einzelne Messungen bisher perfekt vorhersagen konnte.

Allerdings beraubt man sich durch a-priori Restriktionen der nötigen Freiheiten und der nötigen Kreativität, um zu diesem Ziel zu gelangen.

Nehmen wir als Beispiel eine Kleinste-Quadrate-Prognosefunktion mit zugehöriger Schätzgleichung, und berücksichtigen wir dabei die rekursive Struktur von Schätzungen, wenn sie auf immer neue Messungen angewendet werden sollen (und haben somit auch kein Overfitting-Problem):

$$\hat{y}_t = \sum \beta_{i,t} x_{i,t-1} \quad \text{mit} \quad \hat{\beta}_t = (\mathbf{X}'_{t-2} \mathbf{X}_{t-2})^{-1} \mathbf{X}'_{t-2} \mathbf{y}_{t-1}$$

Zusammengefasst haben wir dann einen Ausdruck für linke Seite unserer Relation bei rekursiver KQ-Schätzung:

$$f_2(B_{t_{2u} \dots t_{2o}}) = ((\mathbf{X}'_{t-2} \mathbf{X}_{t-2})^{-1} \mathbf{X}'_{t-2} \mathbf{y}_{t-1}) \mathbf{x}_{t-1}$$

Dies ist eine Funktion über eine Menge von Messungen, die immer bis zur ersten Messung zurückreicht. Vorhergesagt werden soll üblicherweise die Beobachtung des aktuellen Tages:

$$f_1(A_{t_{2u\dots t}}) = y_t$$

Man erhält dann die Relation:

$$y_t = ((X'_{t-2}X_{t-2})^{-1}X'_{t-2}y_{t-1})x_{t-1}$$

Überprüft man einfach diese Gleichung auf Wahrheit, und hat Glück, sie hätte bisher für alle  $t$  exakt die richtige Vorhersagen gemacht, so hätte man ein empirisches, aber nicht notwendig auch ein emergentes Gesetz gefunden.

Es hängt davon ab, was man als das „lernende System“ bezeichnet und ob  $y_t$  eine Messung oder schon eine, aus mehreren Messungen zusammengesetzte, Beobachtung ist.

In dem Fall, dass wir das System als Kombination von Datenbank, Statistiksoftware und Forscher sehen, und wir unterstellen das in der Datenbank Preise als Messungen gespeichert sind, und der Forscher mit seiner Statistiksoftware eine Vorhersage für Preise schon versucht hat, und nun jeweils zwei Preise zu einer Rendite kombiniert, und dann ein empirisches Gesetz findet, dann hat das System aus Datenbank, Statistiksoftware und Forscher ein emergentes empirisches Gesetz gefunden. Die Kreativität des Forschers und sein Ausprobieren mit Hilfe von Software und Datenbank lassen ein empirisches Gesetz emergieren.

Betrachtet man jedoch nur die Datenbank und die Statistiksoftware als System, so kommt die Information über die Funktionalform, Größe der Mengen von Messungen und der Relation von außen, das System konstruiert und probiert nicht selbständig. In diesem Fall handelt es sich nicht um ein emergentes empirisches Gesetz.

Man wird aber sicher das Ziel verfolgen, lernende Systeme zu konstruieren, die auch ohne Forscher kreativ und autonom Gesetze finden können.

Nur aus Daten und Software bestehende Systeme suchen in der angewandten Statistik durchaus nach den „richtigen“ Regressoren (also die  $x_i$  variiert werden) und auch im Maschinenlernen ist automatische Feature-Selektion üblich. Auf der rechten Seite der Relation geben sich solche Algorithmen schon große Mühe, durch Variation geeignete Funktionen für Mengen von Messungen zu finden. Man lässt suchen und ausprobieren. Der Prozess der Variablenselektion ist, trotzdem kein Prozess, der zu einem emergenten empirischen Gesetz führen kann. Als kreativ bezeichnen wir einen Prozess erst dann, wenn auch eine neue vorhersagbare Größe durch Zusammenfassung von Messungen und Ausprobieren bestimmt wird.

Es ist aber auch bei der Suche über Variationen der rechten Seite eher selten der Fall, dass für a-priori vorgegebene Beobachtungen empirische Gesetze gefunden werden.

Die Einschränkung der Flexibilität auf der linken Seite ist dadurch begründet, dass die rechte Seite der Relation üblicherweise nicht explizit durch Probieren bestimmt werden soll, sondern durch Optimieren unter der Annahme stochastischer Gesetzhypothesen. Auch wenn Systeme ausprobieren, soll es noch im Rahmen eines Optimierungsansatzes erfolgen. Man will ja direkt das, was das Beste ist, mit deduktiven Methoden aus ewigen Wahrheiten ableiten. Und dies ist in Fällen

mit einer a-priori bestimmten, zu prognostizierenden Größe, viel einfacher zu leisten. Wenn auch die linke Seite variiert werden kann ist ein deduktiver Ansatz viel schwieriger. So kommt es, dass auch Systeme mit Forscher auf der linken Seite der Relation sehr unflexibel bleiben.

Ein emergenter Prozess hingegen legt nicht a-priori fest, was er vorhersehen will, sondern sucht in aller Freiheit und mit Kreativität das, was tatsächlich bisher vorhersehbar war.

Wir sind sehr daran gewöhnt, nur das Ergebnis von Deduktion, den Beweis, für wissenschaftlich zu halten. Dass das Ergebnis bloßen Ausprobierens wertvoller sein soll, als die Schätzung auf Basis einer komplizierten Schätzregel mit bewiesenen Optimalitätseigenschaften, ist im derzeitigen reduktionistischen Weltbild nicht vorgesehen.

Die durch Optimieren gefunden Relationen sind üblicherweise bisher nicht immer wahr, wir wissen nicht genau, was sie tatsächlich auszeichnet. Aber sie können mit schönen, deduktiv abgeleiteten Eigenschaften, wie Erwartungstreue, Konsistenz, Effizienz u.v.a. geschmückt werden. Dass diese Eigenschaften aus Phantasiegesetzen mit beeindruckenden Bezeichnungen, die kaum jemand versteht, abgeleitet werden, stört nicht.

Tatsächlich aber können wir sehen, dass der Weg, aus angenommenen metaphysischen Wahrheiten die metaphysische optimale Lösung für eine a-priori formulierte Eigenschaft von a-priori festgelegten Beobachtungen abzuleiten, gerade die Freiheitsgerade nimmt, die man braucht um auf der Suche nach bisheriger Wahrheit und bisherigem Wissen tatsächlich erfolgreich zu sein.

Man braucht nicht unbedingt eine metaphysische Erklärung warum etwas bisher immer wahr war. Es reicht, dass es so ist.

Es ist sicher von ganz grundsätzlicher Bedeutung, dass die Einschränkung von Autonomie und Kreativität durch falschen metaphysischen Glauben die Erkenntnis dessen, was tatsächlich bisher erkennbar wahr ist, entscheidend behindert.

### *Eigenschaften deterministischer Gesetze*

Nach unserer Definition sind empirische Gesetze immer deterministische Gesetze.

Warum halten wir es für so essentiell, nur nach deterministischen Gesetzen zu suchen. Deterministische Gesetze haben eine Reihe unverzichtbarer Eigenschaften, die uns im weiteren Verlauf viele Möglichkeiten eröffnen werden.

- Die bisherige Wahrheit oder Falschheit deterministischer empirischer Gesetze ist eindeutig und einfach bestimmbar. Sie begründet das Wissen über vergangenen Zusammenhänge in unserem Gedächtnis.
- Alle Hypothesen, die einmal falsifiziert sind, können durch zusätzliche Beobachtungen nie wieder wahr werden.
- Wir können für jedes gefundene Gesetz genau angeben, wie oft es bestätigt wurde.

- Dies wird uns erlauben, die Gesetze selbst wieder in Mengen zusammenzufassen – nach der Anzahl der Bestätigungen – und dann empirische Aussagen über Eigenschaften von Mengen, in diesem Sinne gleichartiger, Gesetze zu machen.
- Wir können dann diese Gesetze zur Prognose verwenden, indem wir sagen:  
Wir können begründet glauben, dass das, was bisher immer wahr war, auch in Zukunft wahr sein wird.
- Und Aussagen über die Qualität dieser Begründung sind selbst wieder empirisch.

Allerdings kann man aus deterministischen empirischen Gesetzen nicht so viel logisch schließen, wie viele wohl vermuten. Nehmen wir an wir hätten an 12 Tagen das Wetter (Regen oder nicht) und die Beschaffenheit der Straßen (nass oder trocken) beobachtet und daraus das Gesetz:

*„Immer wenn es regnet, dann ist der Boden nass“*

als empirisches, bisher wahres, deterministisches Kausalgesetz erkannt.

Wenn wir dieses Gesetz abgespeichert hätten, und wir wüssten, dass die Messungen an den Zeitpunkten von  $t=1$  bis  $t=12$  zu dieser Erkenntnis geführt haben, dann könnten wir aus der Information, dass es an  $t=1$  geregnet hat, logisch auf die nassen Straßen an  $t=1$  schließen. Und dies wäre sogar richtig, wenn wir die Ausgangsdaten nicht gespeichert hätten. Dies können wir dann wirklich wissen. Es ist aber auch die einzige rein logische Schlussfolgerung.

Wenn wir die Information bekämen, dass es in  $t=-3$  (also bevor wir angefangen haben zu lernen) geregnet hat, könnten wir auf der Basis reiner Logik nichts über den Zustand des Bodens in  $t=-3$  sagen. Wir brauchen dann schon die Zusatzannahme, dass die gefundene, nur im Gedächtniszeitraum immer gültige Beziehung, auch etwas über die Zeitpunkte aussagt, für die wir nichts beobachtet haben.

Wir wollen dies einen **begründeten Glauben** nennen. Die Tatsache, dass etwas bisher wahr war, begründet in Abhängigkeit von der bisherigen Bestätigung eine gewisse Zuversicht, dass es auch für Zeitpunkte, die außerhalb unseres Messzeitraums liegen, weiter wahr bleibt oder schon vorher wahr war.

Wie wir diesen begründeten Glauben empirisch definieren, erläutern wir ausführlich im Kapitel zur Falsifikation. In Beispiel 2 haben wir schon gesehen, dass es eine Bestätigungsgrenze gibt, ab der keines der bis dahin überlebenden Gesetze mehr falsifiziert wurde. Wir können also exakt angeben, wie gut die Begründung für den Glauben bei Gesetzen dieser Art bisher war.

Wir können die Struktur deterministischer Gesetze und die resultierende Prognoseregeln dann wie folgt zusammenfassen:

<b><u>Deterministisches Gesetz:</u></b>	<b>Wir wissen, dass in unserem Gedächtnis bisher immer <math>A_T</math> gilt.</b>
<b><u>Deterministische Prognoseregeln:</u></b>	<b>Wir glauben begründet, dass zukünftig <math>A_T</math>, weil wir wissen, dass in unserem Gedächtnis bisher immer <math>A_T</math> gilt.</b>
<b>In der Statistik:</b>	<b><math>A_T</math> ist eine Eigenschaft von einer (zumindest teilweise) a-priori vorgegeben Menge von Messungen.</b>
<b>Emergentes Gesetz</b>	<b><math>A_T</math> ist eine Eigenschaft einer endogenen Menge von Messungen.</b>

Das ist sicher weniger als viele sich vorstellen und wünschen. Es ist aber alles, was wir ohne zu Übertreiben und ohne in unbegründeten Glauben zurückzufallen, mit Fug und Recht behaupten können.

### *Emergenzbasierte Rekonstruktion stochastischer Gesetze*

Abschließen wollen wir noch nahelegen dass, wenn es stochastische Gesetze (für die ein Gesetz der Großen Zahlen gilt) gibt, sie auch auf emergente Art gefunden werden können.

Wir geben eine Übersetzung einer zentralen Eigenschaft stochastischer Gesetzhypothesen an, für die es eine natürliche, eingeschränkte empirische Version gibt, die dann auch empirisch exakt überprüfbar ist. Betrachten wir nur die Menge aller stochastischen Hypothesen, für die ein Gesetz der großen Zahlen gilt, dann können wir eine metaphysische Emergenzhypothese als Pendant zu der üblicherweise betrachteten metaphysischen Konvergenzhypothese als zentrale Eigenschaft dieser Gesetze definieren.

Nehmen wir das Gesetz der Großen Zahlen als zentrale Konvergenzeigenschaft vieler stochastischer Gesetzhypothesen:

$$\forall \epsilon > 0 P \left( \left| X_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - X) \right| > \epsilon \right) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$$

und formulieren es wie folgt:

$$\forall \epsilon > 0 P(|X_T| \leq \epsilon) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 1$$

Wenn wir diese Hypothese ernst nehmen, dann müssen wir bei irgendeiner tatsächlichen Anzahl von Messungen  $t$  (auf dem Weg ins Unendliche) diese Grenze auch tatsächlich erreicht haben, und somit auch beobachten können, dass sie erreicht ist. Die Grenze  $T$  muss existieren. Dann können wir das Gesetz der Großen Zahlen wie folgt emergent formulieren:

$$\text{für } t \rightarrow \infty (\forall t > T, \forall \epsilon > 0, \exists T < t/2 (|X_{t,T}| \leq \epsilon) \text{ mit } X_{t,T} = \frac{1}{T} \sum_{\tau=t-T}^T (x_\tau - X)$$

Und diese emergente Formulierung des Gesetzes der Großen Zahlen erlaubt dann auch für endliche  $t$  eine einfache Überprüfung, ob diese Grenze bisher schon erreicht wurde. Für alle stochastischen Hypothesen, die eine solche Konvergenzhypothese implizieren, sind auf diese Art dann auch empirische Emergenzhypothesen formulierbar.

Ein Problem bleibt hier natürlich noch die Wahl von  $\epsilon$ . Bei metaphysischer Wahrheit der gegebenen Hypothese sollte dieses  $\epsilon$  durch alle anderen Alternativen zur a-priori Bestimmung von  $X$  (die dann zu den Ergebnissen  $X_k$  führen) vorgegeben werden können. In der langen Frist wird die richtige Hypothese dann irgendwann ihre Überlegenheit gegenüber allen Alternativen zeigen.

$$\text{für } t \rightarrow \infty (\forall t > T, \forall k, \exists T < t/2 (|X_{t,T}| \leq |Y_{k,t,T}|) \text{ mit } Y_{k,t,T} = \frac{1}{T} \sum_{\tau=t-T}^T (x_\tau - X_k)$$

Üblicherweise ist dies für alle  $k$  gar nicht überprüfbar (hier gibt es im Gegensatz zur Anzahl verfügbarer Messungen tatsächlich (logisch zumindest) unendlich viele mögliche Alternativen). Deshalb verwendet man eine Grenze, die sich aus einer bestimmten Alternative ergibt. Schwächt man die Hypothese z.B. in der Form ab, dass man sich nur noch fragt, ob  $X$  eine bessere Hypothese für den Mittelwert als 0 ist, dann ergibt sich:

$$\text{für } t \rightarrow \infty (\forall t > T, \exists T < t/2 (|X_{t,T}| \leq |Y_{0,t,T}|) \text{ mit } Y_{0,t,T} = \frac{1}{T} \sum_{\tau=t-T}^T (x_\tau - 0)$$

Natürlich kann man auch intuitiv die Hypothese, dass  $X > 0$  formulieren:

$$\text{für } t \rightarrow \infty (\forall t > T, \exists T < t/2 (|X_{t,T}| \geq 0) \text{ mit } X_{t,T} = \frac{1}{T} \sum_{\tau=t-T}^T (x_\tau - 0)$$

Damit sind wir in der Lage, viele stochastische Gesetzesypothesen emergent zu formulieren.

Wenn für eine ausreichend exakt formulierte stochastische Gesetzeshypothese ein Gesetz der großen Zahlen gilt, dann wird es ein  $t > T$  geben, für das die Hypothese in Teilsequenzen der Länge  $T < t/2$  immer wahr ist.

### *Zusammenfassende Würdigung*

Unser Gesetzesbegriff macht eine exakte Definition von Wissen möglich und ist auch eine Aufforderung zur autonomen und kreativen Suche nach Wissen. Wir sollten uns für tatsächlich bisher immer wahre Relationen von Mengen von Messungen interessieren. Wir sind ab jetzt in der Lage, eindeutiges Wissen auch für die Wirtschaftswissenschaften so zu definieren, dass wir es mit Erfolg suchen können.

Wir wissen um

- unsere Gedächtnisinhalte;
- die bisher ausprobierten Regeln zur Zusammenfassung von Messungen, die für unsere Gedächtnisinhalte immer wahr waren (wenn wir diese Gesetze speichern).

- Wenn wir weiterhin speichern, welche der ausprobierten Regeln schon falsifiziert sind, dann wissen wir auch all die All-Aussagen, die für unser Gedächtnis schon endgültig falsifiziert sind.

Betrachtet man Vorhersagbarkeit als ein emergentes Phänomen, so kann man wieder wahre (und nicht mit Wahrscheinlichkeit wahre) Gesetze finden und die zweiwertige Logik wird wieder verwendbar. Wahr und Falsch sind - auf ein bestimmtes Gedächtnis bezogen - wieder eindeutig, objektiv und unzweifelhaft.

Der seit Aristoteles<sup>20</sup> in seiner mehrwertigen Logik beschrittene Weg, die Wahrheit zu relativieren, um metaphysische Aussagen über alle zukünftigen Messungen von a-priori Eigenschaften an a-priori Merkmalsträgern machen zu können, wird verlassen. Stattdessen erweitern wir den Begriff der Beobachtung, um überhaupt bisher immer wahre, prognostische Aussagen machen zu können.

Wir glauben, dass die fundamentale Richtungsentscheidung, den Begriff der Wahrheit zu relativieren anstatt den Begriff der Beobachtung zu erweitern, nicht nur die Wirtschaftswissenschaften in eine Sackgasse geführt hat.

Wir sind nun tatsächlich nicht länger gezwungen, uns ins Unendliche und die Relativierung der Wahrheit zu flüchten, um der exakten Überprüfbarkeit der bisherigen Wahrheit von Gesetzen aus dem Weg zu gehen.

### *Objekte und vorhersehbare Eigenschaften von Objekten*

Nun soll noch einen weiteren Begriff einführt werden, der uns später helfen wird Evidenz für die Wahrheit von Gesetzen zu aggregieren und auf neue Sachverhalte zu generalisieren, für die ansonsten noch keine Gesetze bekannt wären.

Dazu wollen wir eine Regel, nach der wir Beobachtungen konstruieren dann als „**Objekt**“ bezeichnen, wenn aus dem Vorliegen der beschriebenen Beobachtung - diese nennen wir dann „**Instanz des Objekts**“- immer die bisherige Gültigkeit von Gesetzen folgte. Objekte sind also Regeln zur Beschreibung von Eigenschaften von Beobachtungen, deren Auftreten uns hilft (schnell) zu erkennen, wann Gesetze anwendbar sind.

Dabei können wir zwei Arten von Objekten unterscheiden:

#### **a-priori Objekte**

Hier kommen die Regeln zur Auswahl der Messungen von außerhalb des Gedächtnisses, sie sind a-priori. Wenn wir z.B. ein Gedächtnis mit den Rezeptoren für Tagesschlusskurse des {S&P500, Dow Jones, Russel 2000, DAX, FTSE, Nikkei} haben und wählen die Schlusskurse aller amerikanischen Indizes aus, so erfolgt diese Auswahl auf Basis einer a-priori Regel und führt dann zu einem Objekt Schlusskurse von {S&P500, Dow Jones, Russel 2000}, wenn wir zumindest ein Gesetz finden, dass für alle amerikanischen Indizes bisher wahr war. Daraus folgt nicht zwangsläufig, dass diese Gesetze nur für amerikanische Indizes gelten. Sie können durchaus auch z.B. für europäische Indizes gelten.

---

<sup>20</sup> Aristoteles, De Interpretatione.

## endogene Objekte

Bei diesen Objekten soll endogen die Regel bestimmt werden, für welche Beobachtungen eine Menge von Gesetzen bisher gilt. Ein Beispiel für ein endogenes Objekt wären die Menge aller Schlusskurse von Aktienindizes für die es ein T gibt, für das die Summe der Renditeprodukte immer kleiner war als die zwischen S&P und Dow Jones. (Im Beispiel wären das {DAX, FTSE und Nikkei}. Die Menge derjenigen für die das nicht gilt, enthält nur den {Russel2000}.

Die erste Anwendung dieser Objekte liegt auf der Hand. Wenn wir eine neue Beobachtung haben, die unter die Regeln des Objekts fällt, dann liegt es nahe, dass wir die Gesetze, die an dieses Objekt anknüpfen auch für diese Beobachtung verwenden dürfen. Wenn wir also z.B. einen weiteren amerikanischen Aktienindex (alle Schlusskurse amerikanische Aktienindizes bilden ein exogenes Objekt) untersuchen, dann liegt es nahe zuerst die Gesetze zu versuchen, die bisher für alle amerikanischen Indizes gelten.

Wenn wir z.B. einen kanadischen Aktienindex untersuchen und feststellen, es gibt für sein Renditeprodukt kein T, für das die Summe immer kleiner war als die zwischen S&P500 und Dow Jones, dann ist es naheliegend ihn zuerst dem endogenen Objekt zuzuordnen für das dieses Gesetz gilt und die Gesetze zu verwenden, die auch für den Russel 2000 gelten.

Es geht also erstens um die Möglichkeit zur Generalisierung von Gesetzen auf bisher unbekannte Instanzen von Objekten.

Zweitens lassen sich für ein Objekt oft mehrere Gesetze finden. Dann lassen sich auch mehrere Gesetze auf Instanzen dieses Objekts anwenden. Je mehr Gesetze für ein Objekt wir finden, desto mehr Eigenschaften seiner Zukunft können wir prognostizieren.

Drittens werden wir sehen, dass wir die Evidenz für Gesetze auch auf die Objekteebene aggregieren können. Wir können z.B. dann Evidenz für ein Gesetz für die Schlusskurse des S&P 500 (eine Instanz des Objekts „amerikanische Indizes“) auf die Menge aller Schlusskurse amerikanischer Indizes übertragen und so die Evidenz für die Gültigkeit dieses Gesetzes erhöhen.

Konkrete Beispiele für die Anwendungen dieses Objektbegriffs werden wir im nächsten Kapitel über die Eigenschaften unseres Gesetzesbegriffs vorstellen.

Die Eigenschaft von Beobachtungen, deren zukünftiges Auftreten bisher immer richtig vorhersehbar war, soll kurz „**vorhersehbare Eigenschaft**“ heißen. Noch nie ist es passiert, dass vorhersehbare Eigenschaften nicht eingetreten sind. Es ist daher einleuchtend, dass wir mit ihrer Hilfe auch hoffen können, die Eigenschaften zukünftig möglicher Gedächtnisinhalte vorherzusagen.

Ein Objekt ist also eine Regel, mit der die Gemeinsamkeiten der „Merkmalsträger“ der klassischen Statistik beschrieben werden. Die Instanzen des Objekts sind dann einzelne Merkmalsträger. Der Begriff des „Merkmalsträgers“ wird somit formal beschrieben und wir können endogen interessante Objekte – Mengen von Beobachtungen für die es Eigenschaften gibt, die wir bisher immer zutreffend vorhersagen konnten – auswählen und beschreiben.

### 3.2.2. Anwendung des Gesetzeskonzepts

A conceptual breakthrough in model choice is definitely needed.

Mittelhammer, Ron C.; Judge, George G.; Miller, Douglas J.: Econometric Foundations

Die Tatsache, dass Gesetze nach unserer Definition die Eigenschaft haben, bisher immer wahr zu sein hat eine große Zahl wünschenswerter Konsequenzen, die eine (unserer Meinung nach eindeutige) Überlegenheit gegenüber statistischen Test- und Modellauswahlverfahren begründen. Um diese Vorteile wirklich transparent machen zu können müssen wir zunächst Kennzahlen definieren, die universelle Eigenschaften aller emergenten Gesetze beschreiben:

#### *Größe der Emergenzmenge (T), der universellen Emergenzmenge (TU) und die Anzahl Bestätigungen (DiV) als universelle Eigenschaften von Gesetzen*

Jedes gefundene Gesetz hat drei zentrale Eigenschaften:

**Die Größe der Engenzmenge (T):** Die Mächtigkeit der Menge von Beobachtungen, die man mindestens zusammenfassen muss, damit Vorhersehbarkeit emergiert.

**Die Anzahl Bestätigungen (DiV):** Anzahl der Bestätigungen des Gesetzes ab erstem Auftreten der Wahrheit der Hypothese.

**Die Größe der Universellen Emergenzmenge (TU):** Die Mindestgröße der Emergenzmenge, ab der für alle  $T \geq TU$  das Gesetz bisher immer wahr ist.

#### **Beispiel 9: Gesetz über Renditeprodukte**

*Entwickeln sich die Renditen von S&P500 und Dow Jones (32026 Messpunkte) tendenziell in die gleiche Richtung? Wir wollen dies überprüfen, indem wir suchen, ob es ein T gibt für das die Summe der Renditeprodukte (und damit die Kovarianz) immer größer als 0 war.*

*Bezeichnen wir die stetige Rendite eines Index (eine Eigenschaft einer Beobachtung, die aus einer Menge von Messungen besteht) mit*

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)$$

*und mit*

$$c_t = r_{S\&P,t} \cdot r_{DJ,t}$$

*das Renditeprodukt (ebenfalls eine Eigenschaft einer Beobachtung) und nennen die Summe der Renditeprodukte im Zeitfenster TH*

$$S_{t,TH} = \sum_{i=t-TH}^t c_i$$

so wollen wir folgende Hypothese aufstellen:

$$\exists T, \forall t > TH (S_{t,TH} \geq 0)$$

Es gibt also eine Mächtigkeit der Sequenzen von Renditeprodukten, für die die Summe dieser Renditeprodukte immer (für alle  $t$ ) größer ist als 0. Wenn wir nun nach einer Sequenzgröße suchen, für die diese Relation immer erfüllt ist, so stoppen unsere Berechnungen bei  $T=18$ .

Es ist also tatsächlich so, dass es bisher keine Sequenz von 18 Handelstagen gegeben hat, für die die Summe der Renditeprodukte nicht größer oder gleich Null gewesen ist.

Nun wollen wir zählen, wie oft die Hypothese seit dem Zeitpunkt ihres Auftretens bestätigt wurde. Wir sehen, dass dies nach jedem weiteren nicht überlappenden Fenster der Fall ist. Nach jeder nicht überlappenden Sequenz von 18 Beobachtungen der Renditeprodukte ist wieder eine Bestätigung hinzugekommen.

Dieses Gesetz ist also schon

$$DiV = \frac{\text{Anzahl Beobachtungen}}{T} - 1 = \frac{32026}{18} = 1778,2$$

mal bestätigt worden. Wir können außerdem sicher sein, dass für kein kleineres  $TH$  die Summe der Renditeprodukte immer größer als 0 war. Diese 17 Hypothesen sind also endgültig falsifiziert.

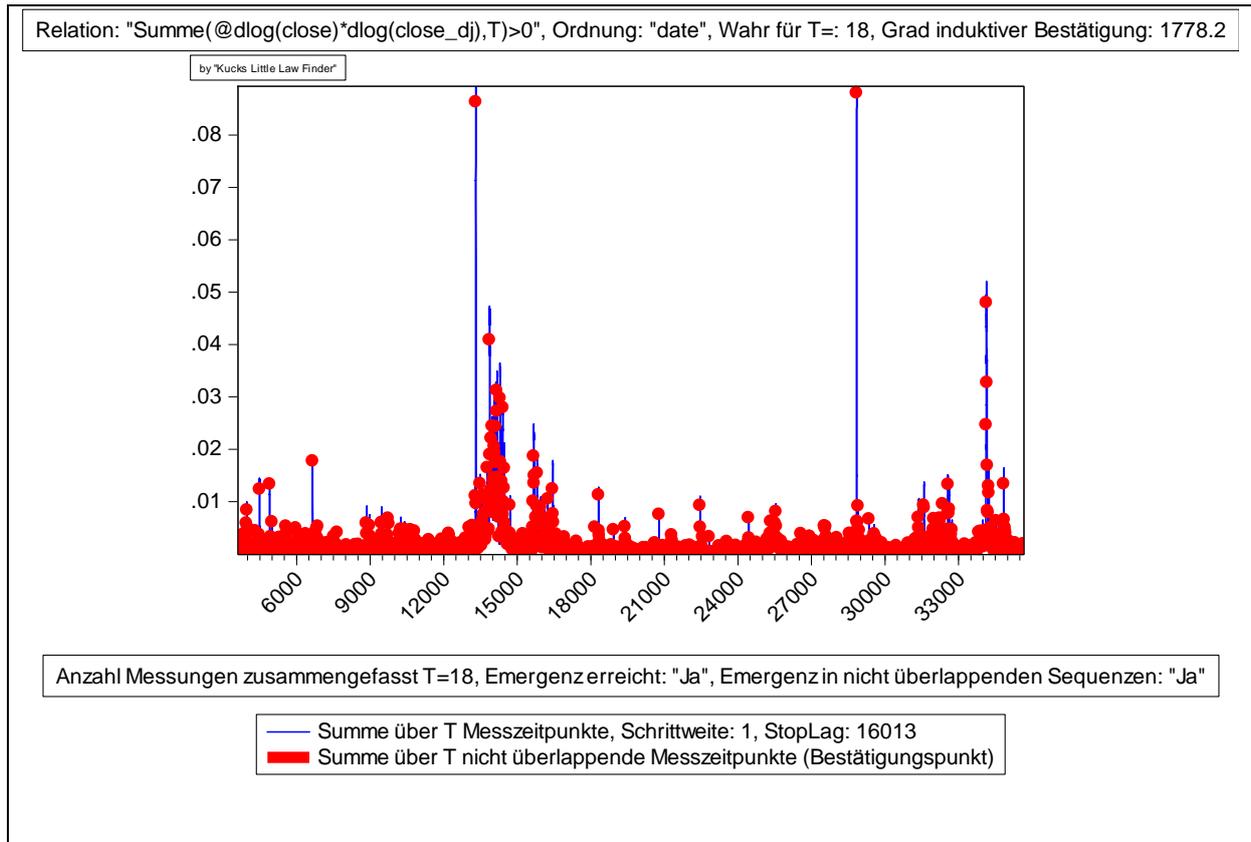
Wir halten es in diesem Zusammenhang für sehr wichtig, dass wir stets mit allen verfügbaren Messungen versuchen, Hypothesen zu falsifizieren. In unseren Augen ist es unzulässig, mit weniger als der gesamten verfügbaren Erfahrung (Teilstichproben) zu arbeiten. Nur wenn man (aus einem übergeordneten Gedächtnis) weiß, dass Teile der Erfahrung falsch sind, ist dies natürlich zu berücksichtigen.

Auch wenn wir wissen, dass das Gesetz für  $T=18$  bisher richtig wahr und für alle  $TH < 17$  falsifiziert ist, können wir nicht sicher sein, dass es für alle  $TH > T$  (mit  $TH \leq 2T$ ) auch gilt. Es kann nämlich durchaus passieren, dass eine Summe durch die Addition eines negativen Renditeprodukts kleiner wird als Null.

In unserem Beispiel zeigt sich, dass auch für alle  $TH \in \{T + 1..2 \cdot T\}$  die Hypothese nie falsifiziert wird. Die Größe der universellen Konvergenzmenge ist also in diesem Beispiel  $TU = T$ . Es gilt also:

$$\forall TH \geq T = TU, \forall t > TH (S_{t,TH} \geq 0)$$

Für alle Fenstergrößen größer oder gleich 18 ist die Summe der Renditequadrate bisher immer größer als Null gewesen.



### Beispiel 10: Falsifikation - Vorhersage der quadrierten Rendite mir Hilfe Gleitender Durchschnitte

Wir wollen nun schauen, ob wir mit Hilfe der häufig verwendeten Prognoseregeln

$$\hat{r}_{N,t}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=t-N-1}^{t-1} \left[ \ln\left(\frac{P_i}{P_{i-1}}\right) \right]^2,$$

also einem üblicherweise in diesem Zusammenhang „Schätzfunktion“ genannten gleitenden Durchschnitt der Länge  $N$ , die quadrierte Rendite des nächsten Tages vorhersagen können. Wir gehen dabei aber nicht davon aus, dass wir etwas über die nächste Rendite (und damit eigentlich über den nächsten Preis) sagen können. Stattdessen werden wir versuchen, eine emergente Relation zwischen verschiedenen Prognose- oder Schätzverfahren zu finden.

Eine Standardmetrik zur Messung der Prognoseperformance ist die Summe des absoluten Prognosefehlers bis zu einem Zeitpunkt  $t$ :

$$S_{N,t} = \sum_{i=N+1}^t e_{N,i}^2 = \sum_{i=N+1}^t |r_i^2 - \hat{r}_{N,i}^2|$$

Diesen kumulierten Prognosefehler vergleichen wir mit dem Prognosefehler einer anderen Schätzfunktion. Dazu verwenden wir die einfache Hypothese, die quadrierten Renditen lassen sich durch ihren bisherigen Mittelwert vorhersagen.

$$\hat{r}_{MW,t}^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^{t-1} r_i^2$$

Da später die relative Güte der beiden Prognoseverfahren beurteilt werden soll, dürfen wir bei der Summierung zur Berechnung der Summe des absoluten Prognosefehlers wiederum erst bei  $N+1$  anfangen und es ergibt sich

$$S_{MW,t} = \sum_{i=N+1}^t e_{MW,i}^2 = \sum_{i=N+1}^t |r_i^2 - \hat{r}_{MW,i}^2|.$$

Wir wollen nun überprüfen, ob eines der Verfahren „immer“ - gemessen in der Bewertungsmetrik – zu besseren Ergebnissen geführt hat. Aus dem Ergebnis wollen wir aber nicht auf die Wahrheit eines dieser Verfahren schließen. Dieser Schluss erscheint uns unmöglich.

Das „immer“ übersetzen wir wieder aus unserer (Emergenz-orientierten) Perspektive:

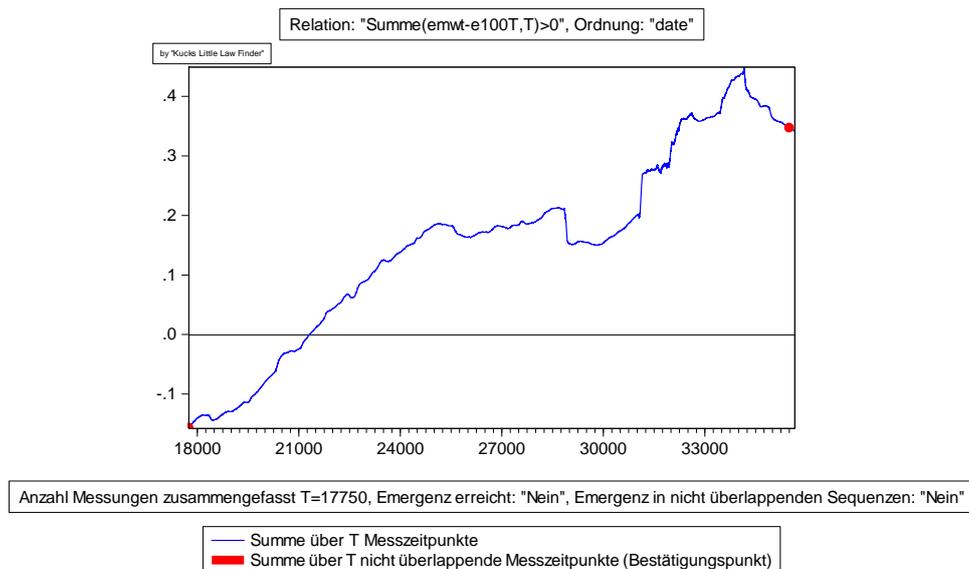
Gibt es eine Sequenzgröße  $T$ , für die die Differenz der Summe der absoluten Prognosefehler

$$S_{N,t,T} = S_{N,t} - S_{N,t-T} \text{ und } S_{MW,t,T} = S_{MW,t} - S_{MW,t-T}$$

für das Verfahren der Gleitenden Durchschnitte einer bestimmten Fensterlänge  $N$  immer kleiner war als die des Mittelwertverfahrens.

$$\exists T, \forall t > N + T (S_{MW,t,T} \geq S_{N,t,T})$$

Für die Tagesdaten des S&P 500 seit 1885 (35651 Messungen) und Fensterlängen von  $N=5,10,15,20,50$  und  $100$  finden wir ein solches  $T$  nicht.



Graphisch können wir das Ergebnis anhand des letzten Suchschritts für das Beispiel  $N=100$  Erläutern.

(Zur Begrenzung der Rechenzeit suchen wir in diesem Beispiel nicht für jedes  $TH$ , sondern fassen die Messungen in 250er Schritten weiter zusammen. Dies schränkt den Aussagegehalt unserer Ergebnisse natürlich dann auch auf die Menge der untersuchten Fenstergrößen ein.)

Der erste rote Punkt (unten links) zeigt die Summe der Differenzen der Prognosefehler der beiden Verfahren nach der Hälfte der Beobachtungen ( $S_{MW,17750,17750} - S_{100,17750,17750}$ ). Auf der Basis dieser Beobachtung kann die Hypothese gebildet werden, dass das Mittelwertverfahren besser ist als das Gleitende Durchschnittsverfahren, da es in der ersten Hälfte des Messzeitraums eine geringere Summe absoluter Prognosefehler hatte. Diese Hypothese kann aber auf Grund des langen Beobachtungsfensters von 17750 Messungen erst mit der letzten Messung überprüft werden (zweiter Roter Punkt). Mit der letzten Messung

*müssen wir feststellen, dass in der zweiten Hälfte des Messzeitraums das Gleitende-Durchschnittsverfahren einen geringeren Prognosefehler gehabt hätte. Die Hypothese wird also falsifiziert.*

*Wir können so über eine große Zahl, häufig in der Praxis verwendeter Verfahren zur Schätzung der Quadrierten Rendite, eine definitive Aussage machen:*

*Die Verfahren sind für Tagesdaten des S&P500 seit 1885 in Sequenzen der Länge kleiner als 17750 definitiv nicht immer besser, als die Prognose mit dem einfachen bisherigen Durchschnitt, wenn wir die Prognosegüte mit dem Betrag des Prognosefehlers bewerten.*

*Dies wird sich auch nie wieder ändern.*

Wenden wir uns nun den zentralen Vorteilen der einfachen Metriken T und DiV gegenüber den P-Werten und Signifikanzniveaus in der Statistik zu.

### **Kein unendlicher Regress notwendiger Annahmen**

Stilisiert lässt sich die Vorgehensweise beim statistischen Testen wie folgt beschreiben:

Grundsätzlich brauchen wir immer eine Testverteilung für die Prüfgröße. Diese Testverteilung wird aus der eigentlichen Hypothese (z.B. der Erwartungswert ist gleich 0) und Zusatzannahmen (z.B. die Größe ist normalverteilt und hat eine Standardabweichung, die der ein kleines bisschen korrigierten empirischen Standardabweichung entspricht) zusammengesetzt. Wir nehmen also an, wir würden die relativen Häufigkeiten, mit denen die Prüfgröße im Unendlichen zu beobachten sein wird, kennen. Zusätzlich brauchen wir eine Beobachtung für die Prüfgröße. Dann kann man berechnen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass (unter der Bedingung dass unsere Testverteilung die richtige ist) wir einen noch extremeren Wert der Prüfgröße im Unendlichen beobachten werden. Diese Wahrscheinlichkeit nennen wir P-Wert. Er sagt uns, wie häufig eine noch extremere Beobachtung gemacht werden würde, wenn die Hypothese (und die Zusatzannahmen) wahr wären und wir unendlich viele Beobachtungen gemacht haben. Zu Entscheidung brauchen wir dann noch eine kritische Grenze – ein Signifikanzniveau. Es gibt eigentlich keine Grundlage für ihre Wahl. Üblich sind unserer Einschätzung nach 1% für die Falsifikation und 10% für das Verbot der Falsifikation. Diese Grenzen sind nur durch Gewohnheit bestimmt.

Wir machen dann z.B. die folgenden Aussagen:

Bei einem errechneten P-Wert kleiner als 1%:

Wenn die Hypothese wahr wäre, dann läge die Beobachtung im Unendlichen in der Menge der 1% extremsten Beobachtungen. Also verwerfen wir die Hypothese und damit auch die ganze Testverteilung, und glauben nicht mehr an deren Wahrheit.

Bei einem P-Wert größer als 10%:

Wenn die Hypothese wahr wäre, dann läge die Beobachtung im Unendlichen nicht in der Menge der 10% extremsten Beobachtungen. Wir sagen dann, die Beobachtung spricht nicht gegen die Wahrheit

der Hypothese im Unendlichen und verwerfen sie deshalb nicht. Man darf weiterhin glauben, dass die Hypothese und damit die ganze Testverteilung, wahr sind.

Im Anschluss ergibt sich aber immer das zusätzliche Problem, die Wahrheit der Zusatzannahmen (ist die Größe normalverteilt und die Standardabweichung im Unendlichen tatsächlich richtig?) beurteilen zu müssen.

Dazu müssten wir diese Zusatzannahmen erneut testen. Dies ist aber wiederum nur mit Zusatzannahmen über die Verteilung der neu zu bestimmenden Prüfgröße möglich.

Letztendlich führt dies in einen unendlichen Regress. Für die Überprüfung der Annahmen brauchen wir neue Annahmen.

Der Anschein und Anspruch auf ewige Gültigkeit wird unserer Meinung nach zu teuer erkaufte und hat keine Substanz.

Unsere Gesetze haben damit kein Problem. Es war einfach bisher immer so, dass die Summe der Renditeprodukte des S&P und des Dow Jones in Sequenzen der Länge 18 größer waren als Null. Und damit Basta.

### *Objektivität der Entscheidung*

Außerdem hat die statistische Vorgehensweise noch einen weiteren wichtigen Nachteil. Gegeben das gleiche Gedächtnis, können durch die unterschiedliche Wahl der Testverteilung auch unterschiedliche Entscheidungsergebnisse erzeugt werden. Womit der Willkür Tür und Tor geöffnet sind. Aus eigener (für uns leidvoller) Erfahrung in der Anwendung der Testtheorie wissen wir, dass sich die Annahmen oft so variieren lassen, bis das vom Auftraggeber oder vom eigenen Forschungsziel bestimmte „a-priori-Ergebnis“ auch signifikant ist.

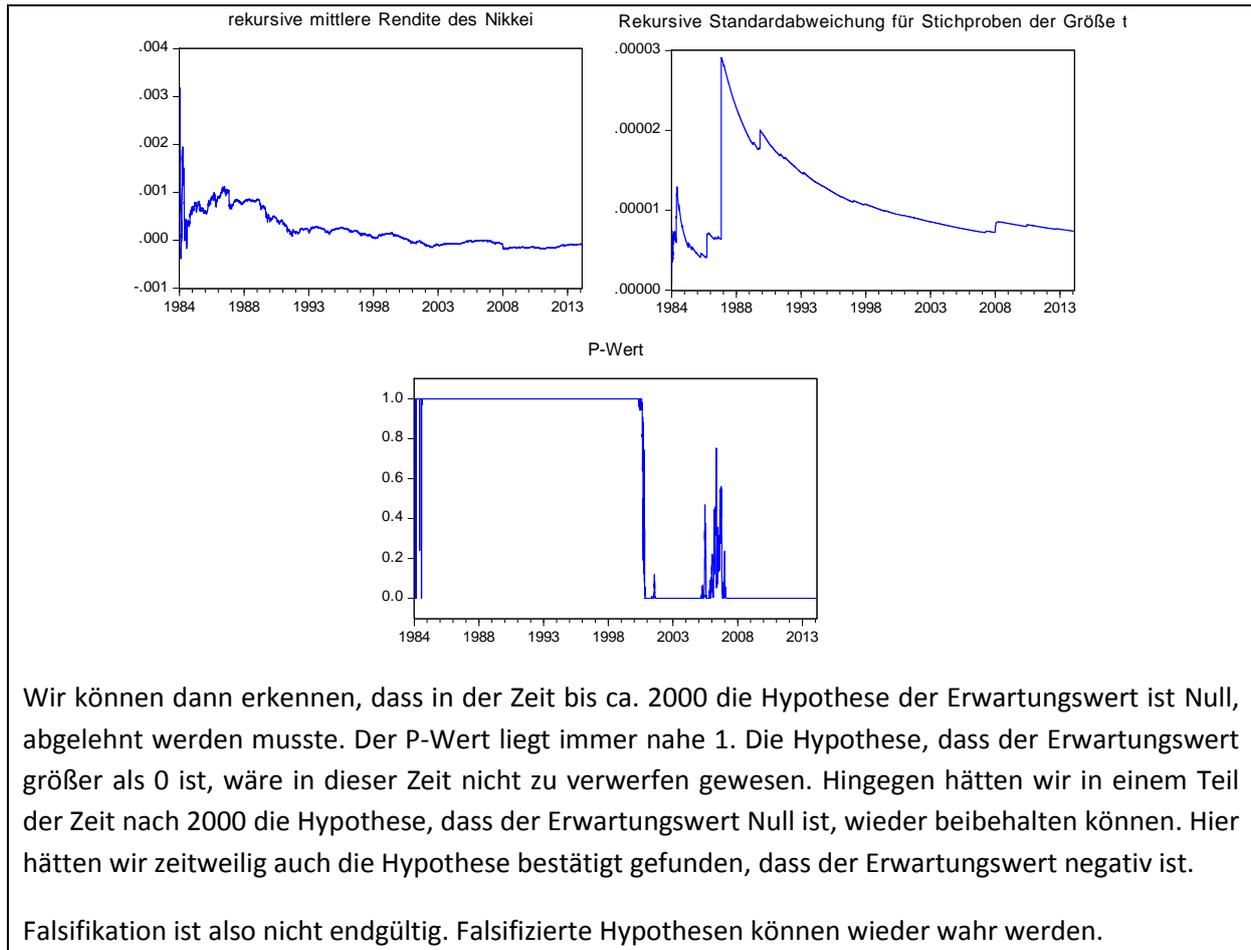
In unserem Verfahren hingegen ist (bei gegebenem Gedächtnis) Objektivität garantiert. Jedes Ergebnis ist ohne Zusatzannahme reproduzierbar und dass, was behauptet wird, war bisher immer wahr oder eben nicht.

### *Endgültigkeit der Falsifikation*

Statistische Tests haben die unangenehme Eigenschaft, dass sie im Zeitablauf zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Insbesondere werden Hypothesen dabei nicht endgültig falsifiziert.

#### **Beispiel 11: Rekursive Tests für den Erwartungswert des Nikkei**

Nehmen wir z.B. den einfachen Test, ob die stetige Rendite des Nikkei einen positiven Erwartungswert hat. Wir unterstellen, die Renditen seien normalverteilt und die bisherige Standardabweichung ist an jedem Tag ein guter Schätzwert für die Standardabweichung im Unendlichen. Wir erhalten folgende Ergebnisse:



Wir können dann erkennen, dass in der Zeit bis ca. 2000 die Hypothese der Erwartungswert ist Null, abgelehnt werden musste. Der P-Wert liegt immer nahe 1. Die Hypothese, dass der Erwartungswert größer als 0 ist, wäre in dieser Zeit nicht zu verwerfen gewesen. Hingegen hätten wir in einem Teil der Zeit nach 2000 die Hypothese, dass der Erwartungswert Null ist, wieder beibehalten können. Hier hätten wir zeitweilig auch die Hypothese bestätigt gefunden, dass der Erwartungswert negativ ist.

Falsifikation ist also nicht endgültig. Falsifizierte Hypothesen können wieder wahr werden.

So etwas kann mit unserem Verfahren nicht passieren. Wenn es einmal ein Zeitintervall der Länge T gegeben hat, in dem die Relation von Eigenschaften nicht immer beobachtet wurde, dann bleibt die Relation für das Intervall T für immer falsifiziert.

### *Problemlose universelle Anwendbarkeit*

Eine der mathematisch anspruchsvollsten Aufgaben in der gängigen statistischen Testpraxis, ist die Entwicklung von Testverteilungen. Welche Verteilung haben die Differenzen der Prognosefehler beim obigen Beispiel über die Prognose mit den Gleitenden Durchschnitten? Üblicherweise leiten wir diese Verteilung aus Annahme über die multivariaten Renditeprozesse ab. Nehmen wir also an, die Renditen seien multivariat normalverteilt z.B. mit Null als Erwartungswert für alle Renditen - oder vielleicht doch lieber die bisherige Durchschnittsrendite? Oder sind auch Renditeprozesse integriert? Wenn ja, welchen Grades? Nehmen wir als Schätzwert für die anderen Parameter der multivariaten Normalverteilung die bisherige Varianz-Kovarianz-Matrix? Oder vielleicht doch lieber die Varianzen und Kovarianzen der letzten N Tage? Berücksichtigen wir den zu erwartenden Schätzfehler oder nicht? Ist das Produkt zweier normalverteilter Größen wieder normalverteilt? Auf jeden Fall braucht es sehr viel mathematischen Sachverstand eine solche Testverteilung dann deduktiv aus den

Annahmen abzuleiten. Wissen Sie direkt die richtige Antwort? Natürlich schafft es viel Beschäftigung all diese Fragen zu klären. Aber ist es auch wirklich sinnvoll?

Unsere Ansatz ist einfach zu berechnen und einfach zu interpretieren. In der ersten Hälfte des Beobachtungszeitraums war die Prognose der quadrierten Renditen mit dem einfachen Mittelwert besser in der zweiten Hälfte die mit dem jeweiligen gleitenden Durchschnitt. Also war keines der Verfahren immer besser.

Nun aber kommen wir zu den zwei Eigenschaften unseres Ansatzes, die wir für die weitere Entwicklung der Wirtschaftswissenschaften für entscheidend halten.

### Gesetze über Objekte – Die Vereinheitlichung der Testmetrik erlaubt die Zusammenfassung der prognostischen Eigenschaften von Instanzen eines Objekts

Erstens erlaubt es uns unsere Sichtweise relativ einfach, Gesetze auf mehrere Instanzen eines Objekts anzuwenden und dann die Aussagen über die Wahrheit der Gesetze in den einzelnen Instanzen des Objekts, zu Aussagen über die Wahrheit der Gesetze für das Objekt als Ganzes zu aggregieren.

#### **Beispiel 12: Menge von Indizes als a-priori Objekt – Aggregation von Evidenz**

*Nehmen wir wieder das Beispiel der Renditeprodukte.*

*Wir wollen wieder die Hypothese überprüfen, ob es eine Fenstergröße  $T$  gibt, für die die Summe der Renditeprodukte größer als 0 ist. Nur versuchen wir nun, die Hypothese generell auf Indizes aus den USA anzuwenden.*

$$\forall k, \forall j \neq k, \exists T, \forall t > T \left( \sum_{i=t-T}^t r_{k,i} \cdot r_{j,i} \geq 0 \right)$$

*In Beispiel wollen wir  $k, j \in \{S\&P500, DJ, Russel2000\}$  untersuchen. Diese Menge ist ein exogenes Objekt – Also eine Zusammenfassung von Messungen an denen Gesetze hängen, die nicht endogen ausgewählt, sondern a-priori definiert wurden. Die einzelnen Indizes sind dann Instanzen dieses Objekts.*

Index Paar	Daten	Anzahl Messungen	Individuell bestätigt	Individuelles T	Individuelles DiV(T)	Individuelle s TU
S&P500 / DJ	31.12.1896-11.4.2014	32026	Ja	18	1778,2	18
S&P500 / Russel2000	10.9.1987-11.4.2014	6846	Ja	16	426,8	16
DJ / Russel2000	10.9.1987-11.4.2014	6846	ja	28	242	37
			MinT= $T(S\&P500/Russel2000)$	16		
			MaxTU= $TU(DJ/Russel2000)$			37

*Tatsächlich lässt sich die generalisierte Hypothese für alle Indexpaare individuell bestätigen. Kann man nun etwas Genaueres über die Hypothese sagen, dass es eine positive Kovarianz für alle Indexpaare gibt? Aber natürlich. Es gilt für alle bisher untersuchten Indexpaare, dass die Hypothese immer positiver Summen von Renditeprodukten für alle  $T < 16$  verworfen werden musste. Außerdem ist sie für alle Sequenzen mit  $T \geq 37$  bisher immer wahr gewesen.*

*Wir können nun die Bestätigung für diese Hypothesen über das exogene Objekt ganz einfach bestimmen in dem wir einfach die Bestätigungen für die jeweiligen Hypothesen addieren. Dabei ist zu beachten, dass wir die jeweiligen Bestätigungen für  $T < 16$  und  $T \geq 37$  noch bestimmen müssen.*

Index Paar	Anzahl Messung / MaxTU-1	Anzahl Messungen /MinT-1
S&P500 / DJ	865.6	2001.6
S&P500 / Russel2000	185.0	427.9
DJ /Russel2000	185.0	427.9
Summe	1235.6	2857.4

*Es ist also bisher immer wahr, dass die Hypothese immer positiver Korrelationen für amerikanische Indizes für Fenster bis zur Länge 16 falsch ist. Die wurde bisher 2857,4 mal bestätigt. Hingegen ist es auch schon 1235.6 mal bestätigt worden, dass sie für Fenster ab der Länge 37 immer wahr ist.*

*Ist solch eine Aggregation von Evidenz mit klaren Aussagen auch für Wahrscheinlichkeiten möglich? Ganz sicher nicht! Es sei aber dem interessierten Leser überlassen, diese Aussage zu begründen.*

### *Definitiver Ausschluss von Alternativen bis zur Falsifikation – Auswahl nach dem DiV-Kriterium begründet eine dauerhafte Ordnung bis zur Falsifikation des Gesetzes*

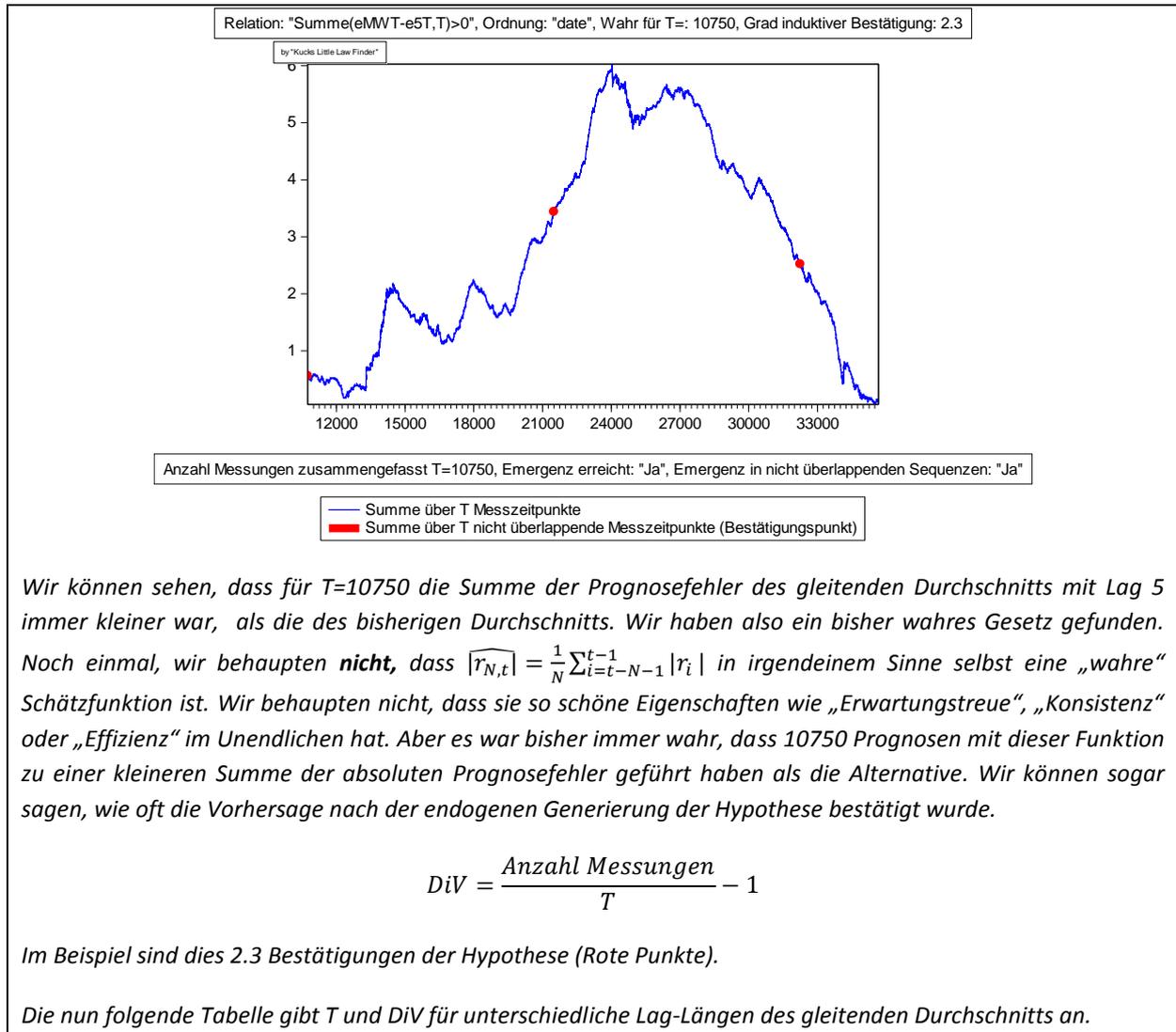
Eine weitere sehr wichtige Eigenschaft unseres Verfahrens ist die, dass bei Verwendung des DiV als Auswahlmetrik die Überlegenheit des Verfahrens gegenüber Alternativen bis zur Falsifikation des bisherigen T sichergestellt bleibt. Es gibt also keine Notwendigkeit, zu jedem Zeitpunkt alle Verfahren neu zu vergleichen. Erst wenn die Überlegenheit des bisher am besten bestätigten Verfahrens falsifiziert wird, ist eine Neuauswahl nötig.

#### **Beispiel 13: Menge von Prognosefunktionen als Objekt und Beste Instanz bis Falsifikation**

*Wir können nicht nur Rezeptoren zu Objekten zusammenfassen und die Evidenz für die Wahrheit von Gesetzen für diese Art von Objekten aggregieren. Auch für Mengen von Funktionen – z.B. Prognosefunktionen können wir etwas aussagen. Zu Veranschaulichung wollen wir nun die absolute Rendite mit den schon aus Beispiel 8 bekannten Verfahren (bisheriger Durchschnitt und gleitender Durchschnitt) vorhersagen. Alle anderen Bezeichnungen bleiben wie im obigen Beispiel.*

$$|\widehat{r}_{N,t}| = \frac{1}{N} \sum_{i=t-N-1}^{t-1} |r_i|, \quad |\widehat{r}_{MW,t}| = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^{t-1} |r_i|$$

*Beginnen wir mit  $N=5$ .*



N	T	DiV	TU
5	10750	2.3	10750
10	5000	6.1	5000
15	4125	7.6	4125
20	3750	8.5	4000
25	4250	7.3	4250
30	4375	7.1	5625
50	5710	5.1	5875

Wir sehen, dass alle untersuchten gleitenden Durchschnitte immer besser als eine Schätzung mit dem bisherigen Mittelwert waren. Am besten bestätigt ist die Überlegenheit für das Lag 20. Wir haben also nicht **ein** bisher wahres Gesetz über Relationen der Prognosegüte zwischen gleitendem Durchschnitt und bisherigem Mittelwert, sondern derer gleich 7. Wie wir die Evidenz aggregieren können, haben vorhergehenden Beispiel schon gezeigt. Daher wollen wir uns einem anderen Aspekt dieses Ergebnisses zuwenden.

Wenn es uns darauf ankommt, stets besser Vorhersagen als der Mittelwert zu machen, dann sollten wir den gleitenden Durchschnitt mit dem größten DiV (in diesem Fall den 20er gleitenden Durchschnitt) wählen und dieser hat dann eine wichtige und nützliche Eigenschaft.

*Durch die Konstruktion dieser Kennzahl (für Beobachtungsreihen gleicher Länge, bei unterschiedlicher Anzahl von Beobachtungen ist die Sache technisch etwas komplizierter) ist sichergestellt, dass dieses Verfahren nie wieder von den anderen der untersuchten Gleitenden Durchschnitte „überholt“ werden kann. Solange das Gesetz selber wahr bleibt, bleibt es auch das Beste der Untersuchten.*

### 3.2.3. Prognostische Gesetze für empirische, nicht zeitliche Ordnungen von Beobachtungen (Querschnittsgesetze)

Aber auch bisher immer wahre Relationen ohne zeitliche Struktur der Beobachtungen – die dem intuitiven Gesetzesbegriff etwas näher stehenden „**Querschnittsgesetze**“ - können wir in unseren Ansatz integrieren. Dazu müssen wir die Anforderung aufgeben, dass die Messungen zur Analyse entlang der a-priori Zeitachse sortiert sind. Stattdessen können wir die Eigenschaften von Beobachtungen zum Zeitpunkt t (**endogene Beobachtungen**) auch nach einer Ordnung sortieren, die durch Eigenschaften von Beobachtungen zum Zeitpunkt t-1 (**exogene Beobachtungen**) bestimmt wird. Für die nach dieser Ordnung sortierten Eigenschaften der Beobachtungen zum Zeitpunkt t können wir dann untersuchen, ob es z.B. eine Funktion über T endogene Beobachtungen gibt, die immer eine bestimmte Relation erfüllt.

#### Beispiel 14: Ein bisher wahres empirisches Querschnittsgesetz für den S&P 500

*Nehmen wir wieder die Gesetzhypothese:*

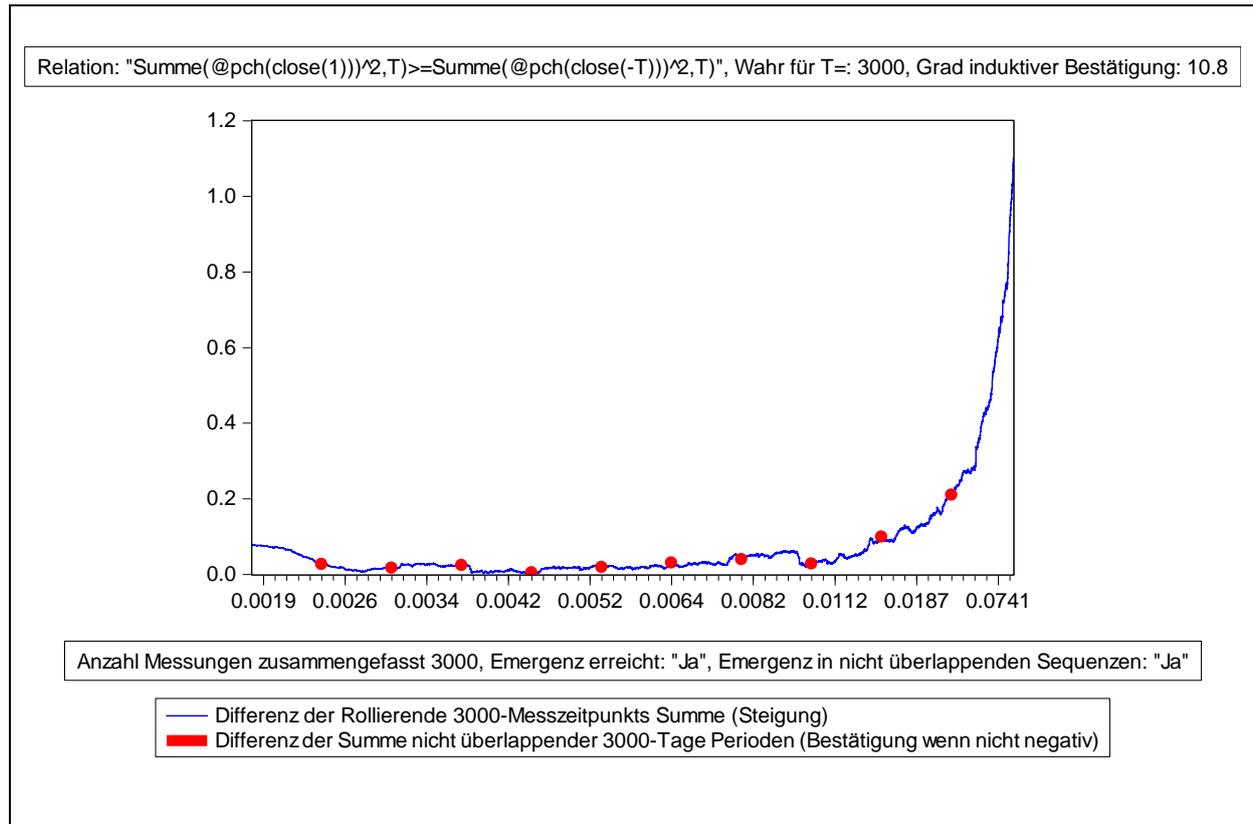
$$\hat{r}_t^2 = \sum_{i=t-N-1}^{t-1} r_i^2 + u_t$$

*Wir wollen weniger anspruchsvoll (aber dafür mit Aussicht auf definitive Überprüfbarkeit mit endlich vielen Beobachtungen) nur die Hypothese überprüfen, dass es eine Fenstergröße T gibt, für die die Summe der nach der Größe der exogenen Beobachtungen  $r_{exo,t}^2 = \sum_{i=t-N-1}^{t-1} r_i^2$  sortierten endogenen Beobachtungen (Ordnung E mit dem Index e) in Fenstern mit Abstand T monoton steigend sind. Das es also einen bisher wahren, emergenten und positiven Zusammenhang zwischen der empirischen Volatilität der letzten N Tage und der nachfolgenden quadrierten Rendite gibt.*

$$\exists T, \forall e > T \left( \sum_{j=e-T}^e r_j^2 \geq \sum_{j=e-2T-1}^{e-T-1} r_j^2 \right)$$

*Tatsächlich können wir für die Tagesdaten des S&P 500 seit 1885, mit N=15 und T=3000 diese Hypothese 10.8 mal bestätigen. Für alle 3000 Beobachtungen großen Fenster der nach dem 15Tage-gleitenden-Durchschnitt der quadrierten Renditen sortierten, quadrierten Renditen ist es wahr, dass die Summe der quadrierten Renditen größer ist, als die Summe der quadrierten Renditen in dem 3000 Beobachtungen vorhergehenden Fenster.*

*Wir können an diesem Beispiel aber auch sehen, wie gefährlich es ist, Querschnittsbeziehungen a-priori Stabilität zu unterstellen. Wie wir aus dem Beispiel in Kapitel 2.2.2. wissen, führt die Prognose mit dieser Funktion nicht zu Ergebnissen, die stabil besser sind als die Prognose mit dem einfachen Mittelwert.*



Ob solche Querschnittsgesetze nützlich und zuverlässig sind, können wir an dieser Stelle nicht ohne weiteres beurteilen. Dazu müsste noch untersucht werden, ob in Sequenzen von zeitlichen Teilstichproben die Existenz einer solchen Steigung vorhersehbar gewesen wäre. Um die Komplexität der Darstellung nicht weiter in die Höhe zu treiben, wollen wir an dieser Stelle aber darauf verzichten.

### 3.2.4. Lernende Systeme

Wir sind nun in der Lage zu definieren, was wir unter einem lernenden System verstehen wollen:

- Ein **Lernendes System** ist die Kombination eines **Messsystems**, mit einer Menge von Funktionen und Relationen zur a-priori Auswahl von Beobachtungen (**Logik**) und einem Gedächtnis für die gefundenen emergenten Gesetze (**Gesetzesgedächtnis**).

Die zentralen Fähigkeiten eines solchen lernenden Systems sind es

- erstens, mit Hilfe der Logik Gesetzmäßigkeiten im Gedächtnis finden und speichern zu können und
- zweitens, auf Basis seines Gesetzesgedächtnisses, bisher vorhersehbare Eigenschaften zukünftiger Beobachtungen, also Eigenschaften zukünftiger Gedächtniszustände zu konstruieren, die mit allen bisher gefundenen emergenten Gesetzen in Einklang stehen.<sup>21,22</sup>

<sup>21</sup> Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass wir explizit auch temporäre Vorhersehbarkeit als äußerst nützlich betrachten. Nehmen wir z. B. die Fähigkeit des Menschen zur Vorhersage der zukünftigen Position eines Autos. Niemand wird in Abrede stellen, dass diese Prognose sehr nützlich für das Überleben ist,

### 3.3. Dominanz – von Mengen oder Sequenzen von Entscheidungsergebnissen (Prinzip 3)

*Zustandsdominanz:* Zustandsdominanz besteht, wenn eine Alternative in jedem möglichen Umweltzustand ein mind. ebenso gutes Ergebnis erzielt wie eine andere, nicht identische Alternative.

Gablers Wirtschaftslexikon

Zentrale Thesen:
------------------

- Eine Handlungsmöglichkeit ist die Fähigkeit eines Systems, eine zukünftige Beobachtung selber festzulegen.
- Zentrale Aufgabe in Entscheidungsproblemen ist nicht die Auswahl einer Handlungsalternative in einer Einzelfallentscheidung, sondern die Auswahl von Handlungsregeln oder Handlungsheuristiken für ganze Sequenzen von Entscheidungen in immer wiederkehrenden, gleichartigen, in durch einen Handlungsraum beschriebenen Situationen.
- Eine Handlungsheuristik A war genau dann dominant gegenüber einer Alternative B, wenn nach Sequenzen von T Entscheidungen immer ein besserer Zustand erreicht wurde (TB-Dominanz).
- Ein umfassender Gesetzesbegriff ist der der Prognoseregeln, die in allen Entscheidungsproblemen, in denen sie allein als Entscheidungskriterium verwendet wird, relativ zu allen bisher untersuchten Alternativen TB-dominant ist (UDPL – Universally Dominant Predictive Law).

#### 3.3.1 Handlungsmöglichkeiten, Handlungsraum und Handlungsheuristik

Wir konnten bereits feststellen, dass es sehr viele emergente Gesetze gibt. Ob die z.B. nach dem Kriterium „bisher nach T Prognosen immer kleinere Summe von absoluten Prognosefehlern“ ausgewählten Prognosefunktionen für Erwartungswert oder Standardabweichung Vorhersagen liefern, die dann eingesetzt in Entscheidungsregeln z.B. der Portfoliotheorie gute Entscheidungsergebnisse liefern, wissen wir üblicherweise nicht. Wir wissen nicht, ob eine nach dem Kriterium „absoluter Prognosefehler“ bessere Prognose auch ausreichend gut ist, um auch zu Sequenzen von guten Entscheidungsergebnissen zu führen. Optimal sind deduktiv abgeleitete

---

obwohl dieses Auto nicht ewig existieren wird. Jede Zeitreihe mit Beobachtungen über ein einzelnes Auto würde irgendwann immer die Beobachtung seiner Nicht-Existenz als Grenzwert zutreffender Prognosen im Unendlichen hervorbringen. Nach dem Prinzip der Ergodizität aus der Statistik ist also die Vorhersagemöglichkeit im nächsten Moment für die „richtige Schätzung“ im Unendlichen irrelevant. Eigentlich ist die theoretische Statistik auf Fragestellungen bei denen wir wissen, dass die Beobachtungen irgendwann aufhören werden nicht anwendbar. Wir glauben hingegen, dass die Einschränkung auf „ewige Wahrheiten“ nicht sinnvoll und auch nicht wirklich mit der gängigen Praxis vereinbar ist.

<sup>22</sup> Auch auf Kapitalmärkten kann man durchaus das Phänomen beobachten, dass es sinnvoll ist Vorhersageregeln zu berücksichtigen, die erst seit einer gewissen Zeit emergente Gesetze sind.

Entscheidungsregeln nämlich nur dann, wenn die Annahmen, die zu ihrer Ableitung verwendet wurden, auch erfüllt sind (wir also z.B. Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen genau kennen). Sie mit dem kleinsten Fehler, den man finden kann, zu schätzen reicht eigentlich nicht aus.

Es zeigt sich also, dass ein Rückgriff auf eine direkte Bewertung von Handlungen und Handlungsregeln anhand von Zielen sinnvoll scheint, um den riesigen Raum möglicher vorhersehbarer Eigenschaften von Beobachtungen geeignet einzugrenzen.<sup>23</sup>

Eine **Handlungsmöglichkeit** ist dabei ein Merkmal einer vorhersehbaren Beobachtung, die das System autonom festlegen kann. Eine Menge von Handlungsmöglichkeiten nennen wir einen **Handlungsraum**. Wir gehen aber nicht davon aus, dass es um die Auswahl einer einzelnen Handlung, sondern um die Auswahl einer **Handlungsheuristik**, also einer Regel zur wiederholten Anwendung in bestimmten, wohldefinierten Entscheidungssituationen geht.

**Beispiel 15: Beispiele für Handlungsmöglichkeiten, Handlungsräume und Handlungsheuristiken**

<i>Handlungsraum (Menge von Handlungsmöglichkeiten)</i>	<i>Beispiele für Handlungsheuristiken für diesen Handlungsraum</i>	<i>Beschreibung</i>
$H_1 = \{Long\ S\&P\ 500, Bargeld\}$	$B = \text{Bargeld}$  $HH_{1,1} = \text{Wenn}(\bar{r}_t > 0, Long, B)$  $HH_{1,2} = \text{Wenn}(r_t > 0, Long, B)$  $HH_{1,3} = \text{Wenn}(\bar{P}_{t,90} > \bar{P}_{t,200}, Long, B)$	Halte immer Bargeld. (Soll hier als Benchmark Strategie verwendet werden)  Gehe Long wenn die bisherige Durchschnittsrendite größer Null ist.  Gehe Long, wenn die aktuelle Schlussrendite größer Null ist.  (Golden Cross) Gehe Long, wenn der 90 Tage Gleitende Durchschnitt des Preises größer als der 200 Tage Durchschnitt ist.
$H_2 = \{Long\ S\&P\ 500, Short\ S\&P\ 500, Bargeld\}$	$HH_{2,1} = \text{Wenn}(r_t > 0.001, Long, \text{Wenn}(r_t < -0.001, Short, B))$	Gehe Long, wenn die aktuelle Schlussrendite größer 0,1% ist. Wenn die aktuelle Schlussrendite < 0,1% gehe Short, sonst halte Bargeld.  (Golden Cross) Gehe Long, wenn der 90 Tage Gleitende Durchschnitt des

<sup>23</sup> Eine grundlegende Idee, dass die einzig universell verwendbare Metrik zur Bewertung von Prognosegüte die aus der Prognose resultierenden bewerteten Entscheidungsergebnisse sind, findet man auch schon ansatzweise im Bernoulli-Prinzip der Maximierung des erwarteten Nutzens oder noch weitaus deutlicher in der Definition der Wahrscheinlichkeit als Prognoseregeln für die relative Häufigkeit, die als einzige unendlich große Verluste vermeidet. (Glenn Shafer und Vladimir Vovk: Probability and Finance: It's only a Game.) Auch in den Ansätzen des maschinellen Lernens wird oft das Ziel „Empirical Risk Minimization“ verwendet, dass als Summe der Abweichungen der Entscheidungsergebnisse bei Verwendung einer bestimmten Prognoseregeln zum bestmöglichen Entscheidungsergebnis interpretiert werden kann (vgl. Vladimir N. Vapnik, The Nature of Statistical Learning Theory, Information Science and Statistics). Allerdings wird hier diese Idee nicht mit dem Prinzip der Emergenz verknüpft und für metaphysische Eigenschaften von Sequenzen von Entscheidungsergebnissen verwendet. So verwenden wir dann auch zur Auswahl von Handlungsheuristiken keinen Mechanismus der auf Komplexitätsmaßen und Regularisierung basiert.

	$HH_{2,2} = \text{Wenn}(\bar{P}_{t,90} > \bar{P}_{t,200}, \text{Wenn}(\bar{P}_{t,90} < \bar{P}_{t,200}, \text{Short}, B))$	Preises größer als der 200 Tage Durchschnitt ist sonst gehe Short.
$H_3 = \{\text{Hebel} \cdot \text{Long S\&P 500}   \text{Hebel institutionell erreichbar}\}$	$HH_{3,1} = \text{Hebel} = \frac{\bar{r}_t}{r_t^2}$	(Kelly's - Law) Wähle den Hebel, der bisher insgesamt ex-post optimal gewesen wäre.

### 3.3.2. TB-dominante Handlungsheuristiken

Um Handlungsheuristiken bewerten und auswählen zu können, muss man erstens die bisher realisierten Ergebnisse dieser Handlungen bewerten - man braucht ein Ziel und eine Funktion zur Beschreibung der Zielerreichung - und zweitens braucht man eine ausreichend flexible Definition dafür, was es heißt, das bezüglich dieses Ziels eine Heuristik bisher „immer“ bessere Ergebnisse erzielt hat, als eine andere.

Beginnen wir mit der Definition einer geeigneten Zielfunktion für obige Beispiele.

Hätte man bisher gemäß der oben beschriebenen Handlungsheuristiken gehandelt, so hätte man zu bestimmten Preisen den S&P Index ge- und verkauft. Aus diesen Ergebnissen kann man jetzt eine beliebig große Zahl von Eigenschaften von Mengen dieser Ergebnisse bestimmen. Die bisherige Durchschnittsrendite, die Gesamtrendite, die Standardabweichung dieser Renditen etc. Die Frage, die sich stellt, lautet: Gibt es Funktionen von Mengen dieser Preise, die wir als sinnvolle Zielfunktion betrachten können? Gibt es eine sinnvolle Möglichkeit, eine der Strategien auszuwählen?

Unser Vorschlag für die Wahl einer geeigneten Zielfunktion ( $Z_t(HH_i)$ ) für obiges Entscheidungsproblem ist, dass zu einem Zeitpunkt t eine Heuristik A bisher bessere Ergebnisse hatte als eine Heuristik B, wenn der Kontostand ( $K_t$ ), der durch die Anwendung von Heuristik A bis zum Zeitpunkt t erreicht wurde, größer ist als der der mit B erreicht worden ist. Die Zielfunktion, mit der die Handlungsheuristiken in unserem Beispiel bewertet werden, ist also:

$$Z_t(HH_i) = K_0 \cdot e^{\sum_{\tau=1}^t \ln(1+r_\tau(HH_i))}$$

Wie können wir nun geeignet definieren, was es bedeutet, dass eine Heuristik A bezüglich dieses Ziels bisher „immer“ besser war, als eine Heuristik B?

In unserer Welt emergenter Phänomene soll es uns reichen, wenn wir sagen können, dass nach Sequenzen von T Entscheidungen, der Zustand  $Z_{T,t}(HH_i)$  (ausgehend von hypothetischen, identischen Anfangszuständen  $K_0$  im Zeitpunkt  $t - T$ ) der mit Heuristik A erreicht wurde, immer besser war als der Zustand, der mit Heuristik B erreicht wurde.

$$\forall t(t > T + 1) Z_{T,t}(HH_A) \geq Z_{T,t}(HH_B)$$

mit

$$Z_{T,t}(HH_i) = K_0 \cdot e^{\sum_{\tau=t-T}^t \ln(1+r_\tau(HH_i))}$$

Wir nennen die bisher immer bestätigte Relation zwischen den kumulierten, bewerteten Ergebnissen (Zuständen) von Heuristik A und Heuristik B „**TB-Dominanz**“. Der Zustand, der mit

Heuristik A erreicht wird, ist nach T Entscheidungen immer besser als (oder zumindest gleich wie) der Zustand, der mit Regel B (der Benchmark) erreichte wird.

**Fortführung Beispiel 15:**

*Für die oben definierten Handlungsheuristiken ergeben sich für die Tagesschlusskurse des S&P 500 seit 1885 die folgenden Ergebnisse (insgesamt 35651 Tage, stetige Renditen):*

Strategie	B	HH <sub>11</sub>	HH <sub>12</sub>	HH <sub>13</sub>	HH <sub>21</sub>	HH <sub>22</sub>	HH <sub>31</sub>
Gesamtrendite	0.0%	581.7%	1099.7%	541.9%	1288.7%	277.5%	530.9%
Mittlere 250 Tagesrendite	0.0%	4.1%	7.8%	3.8%	9.1%	2.0%	3.7%
Schlechteste 250 Tagesrendite	0.0%	-115.8%	-87.3%	-57.6%	-115.7%	-150.8%	-664.4%
T (in Tagen)		14250	6000	7500	9500	>N/2	>N/2
DIV		1.5	4.9	3.8	2.8	<1	<1

*Die Ergebnisse sind dabei wie folgt zu interpretieren:*

*Es ist bisher wahr, dass der Kontostand der Strategie HH<sub>11</sub> „Gehe den Index Long, wenn die bisherige mittlere Rendite größer ist die der Benchmark Bargeldhaltung“ nach 14250 Tagen (oder 57 Jahren) immer größer war als jener bei Bargeldhaltung (also das Anfangskapital). Es gab aber nur  $DIV=(Anzahl\ beobachtete\ Tage/T-1)=1.5$  Beobachtungen, die die nach den ersten 14250 Tagen generierte Hypothese (über die Relation der Ergebnisse von Sequenzen von Entscheidungen) bestätigt haben.*

*Außerdem ist es bisher wahr, dass der Kontostand der Strategie HH<sub>12</sub> „Gehe den Index Long, wenn es am aktuellen Tag eine positive Rendite gab“ nach jeweils 6000 Tagen immer größer war als das Anfangskapital. Diese Hypothese wurde bisher knapp 5-mal bestätigt.*

*Die Strategien HH<sub>22</sub> „Golden Cross“ und HH<sub>31</sub> „Kelly’s Law“ haben zwar auch bisher positive Renditen gehabt, aber es gibt bisher keine Bestätigung für diese Hypothesen.*

**Beispiel 16: Routenplaner 1**

*Das Kriterium ist natürlich auch auf Fälle anwendbar, in denen wir „deterministisch“ optimieren können. Ist es z. B. unser Ziel, auf möglichst kurzem Wege auf dem derzeitigen Straßennetz von Hamburg nach München zu kommen, so können wir natürlich einen Routenplaner mit einem implementierten Optimierungsalgorithmus auf Basis der in der Vergangenheit gemessenen Strecken verwenden. In unserer Interpretation ist das Ergebnis gegenüber allen alternativen Routen optimal, weil wir immer wieder die gefahrenen Kilometer auf unterschiedlichen Strecken messen könnten, und die Ergebnisse würden (fast?) immer zeigen, dass der durch den Algorithmus bestimmte Weg der kürzeste ist – also nach unserem Kriterium alle Alternativen (B) TB-dominiert. Dies liegt daran, dass wir hier eine Vorhersageregeln für die Länge der Strecken verwenden können, die auf dem bisher schon sehr gut bestätigten Gesetz, dass wiederholte Längenmessungen immer wieder zumindest sehr ähnliche Ergebnisse ergeben, und sich die Länge der Strecken i.d.R. nicht ändert, also für die Routenplanung verwendbar wird, basiert.*

### **Beispiel 17: Interpretation von TB-Dominanz (Rauchen und Lebenserwartung)**

*Welche Schlüsse können wir aus dem Vorliegen einer bisherigen kollektiv TB-dominanten Strategie eigentlich ziehen?*

*Nehmen wir folgendes Beispiel.*

*Betrachten wir den Handlungsraum  $H=\{\text{Rauchen, Nicht-Rauchen}\}$  und betrachten die Handlungsheuristiken:*

*HH1: (Rauche nie)*

*HH2: (Rauche Zigaretten)*

*Und sagen: Unser Ziel ist eine lange Lebenszeit.*

*Hier können wir die Heuristiken nur auf Basis kollektiver Erfahrungen überprüfen und auswählen. Unserer Meinung nach würden wir sicher ein Gesetz der Form:*

*„In jeder Sequenz von T1 Todesfällen war das durchschnittlich erreichte Alter der Nicht-Raucher größer als der Raucher“*

*finden. Allerdings können wir daraus nichts für eine individuelle Handlungsstrategie zur Verlängerung des Lebens in Abhängigkeit von H ableiten, da jeder einzelne Mensch nur eine „Messung“ über die Handlungskonsequenzen des Rauchens machen kann und die Gesetzmäßigkeit für eine einzelne Messung überhaupt nicht emergiert. Wir wissen also gar nicht, ob HH1 im Einzelfall zu einer Verlängerung des Lebens führt. In unserer Interpretation wäre es also nicht entscheidbar, ob es (gegeben das Ziel „individuelles langes Leben“), besser ist zu rauchen oder nicht, da die Konsequenzen im Einzelfall bisher nicht vorhersehbar waren.*

*Wenn es jedoch auf einer übergeordneten Ebene ein kollektives Ziel „Verlängere die Lebenserwartung der Bevölkerung“ gibt, können wir nun die Größe der Menge an Entscheidungen (oder die Größe des Kollektivs) angeben, die bisher mindestens erreicht werden musste, damit die bisher vorhersehbare Relation der Sequenzen von Entscheidungsergebnissen emergiert.*

*Wir glauben, dass dies eine ganz fundamentale Überlegung ist, die auf sehr viele Bereiche der Wirtschaftswissenschaften übertragbar ist. Sie stellt die Frage, wie viele Entscheidungen wir zusammenfassen mussten, damit bisher Vorhersehbarkeit der Relation der Ergebnisse von Entscheidungsheuristiken emergierte. Dies ist eine allgemeine Frage nach einer institutionellen Mindestgröße, die erreicht werden muss, damit so viele Einzelentscheidungen zusammengefasst werden können, dass man über die Relation von Gesamtergebnissen unterschiedlicher Handlungsheuristiken bisher wahre Aussagen machen kann.*

*Oft kann man nur über kollektive Handlungsregeln vernünftig entscheiden. Dazu braucht man dann natürlich auch kollektive Ziele oder eine Einzelperson, die in der Lage ist, in einem Kollektiv ihre Ziele für das kollektive Handeln durchzusetzen.*

*Beispiele hierfür sind:*

*Gibt es eine Mindestanzahl N von Versicherten, für die die Summe der Schäden eines Jahres bisher immer durch eine bestimmte Versicherungsprämie pro Kopf abgedeckt worden wären? Dann hätte in jedem Jahr des Beobachtungszeitraums der Länge T (in Jahren) die Bereitstellung der Versicherung (ohne Prozesskosten) die Bargeldhaltung für mindestens N Versicherte NB-dominiert. (DiV wäre bei konstanter Anzahl Versicherter pro Jahr: Versicherte pro Jahr\*T/N)*

*Gibt es eine Mindestanzahl von Krediten  $N$ , für die die Abweichung des tatsächlichen vom vertraglich vereinbarten Zahlungsstrom innerhalb einer Zeitperiode bisher nie größer als  $x\%$  war? Dann NB-dominiert das Halten eines Kreditportfolios (bei einem Zinsaufschlag von mindestens  $x\%$ ) mit mindestens der Größe  $N$  in jedem Jahr dieser Zeitperiode die Bargeldhaltung.*

Wie bereits erwähnt, erwarten wir beim derzeitigen Stand der Wirtschaftswissenschaften nicht, dass wir in nächster Zeit Gesetze finden werden, die uns die Deduktion von Dominanzbeziehungen zwischen Handlungsheuristiken erlauben. Auch die Ableitung optimaler Handlungsstrategien aus Verteilungsannahmen und die darauf folgende Suche nach empirischen Gesetzen, die für die Durchführung dieser Strategien notwendig sind, halten wir für wenig erfolgversprechend.

Es ist daher plausibel zu unterstellen, dass die wichtigste Kategorie von Gesetzen, nach denen es sich in der großen Menge möglicher Gesetzen direkt zu suchen lohnt, TB-dominante Entscheidungsheuristiken für ein gegebenes Ziel (wie z.B. die Maximierung des Kontostands zu jedem Zeitpunkt) sind.

Ohne die Möglichkeit Handlungsheuristiken zu finden, die bisher vorhersagbare Ergebnisrelationen aufweisen, bleibt jede Vorhersagbarkeit fruchtlos.

Wir betrachten daher als Grundvoraussetzung für „relevante“ Vorhersagbarkeit - die Möglichkeit zur zutreffenden Prognose von Relationen von Sequenzen von bewerteten Ergebnissen - von TB-Dominanz.

### **3.3.3. Nicht Vollständigkeit der Ordnung der Handlungsheuristiken und Meta-Heuristiken**

Die Vorgehensweise nach „relativer Vorteilhaftigkeit zu einer Benchmark“ und nicht nach „Optimalität“ von Handlungsheuristiken zu suchen, hat zur Konsequenz, dass in den meisten Fällen nicht eine einzelne Heuristik, sondern eine Menge von Handlungsheuristiken die gesuchte Eigenschaft hat. Nun können wir natürlich weiter suchen, ob innerhalb der Menge der zu B dominanten Strategien eine einzige Strategie ist, die wiederum alle anderen Heuristiken TB-dominiert.

#### **Beispiel 18: Verhalten vor roten Ampeln**

*Nehmen wir den Handlungsraum  $H=\{\text{An Ampel stehen, An Ampel gehen}\}$  und betrachten die Handlungsheuristiken:*

*HH1: Wenn(Ampel rot, dann gehe, sonst stehe)*

*HH2: Wenn(Ampel grün, dann gehe, sonst stehe)*

*HH3: Wenn(Ampel grün und ankommende Autos zeigen Bremsverhalten, dann gehe, sonst stehe)*

*Und sagen: Unser Ziel ist die unversehrte Überquerung der Straße.*

*Dann werden wir, nach einer ausreichenden Zahl von Messungen, erkennen, dass HH1 nicht immer zu Unfällen führt. Trotzdem werden (ab einer gewissen Mindestanzahl von Straßenüberquerungen ( $T1$ )) HH2 und HH3 TB-dominant gegenüber HH1 sein. In diesem Fall glauben wir außerdem behaupten zu können, dass es ein  $T2 \gg T1$  gibt, für das HH3 auch HH2 dominiert.*

*Ob dies schon für einzelne Menschen tatsächlich gilt, oder ob dies wieder kollektive Dominanz ist, ist eine empirische Frage.*

In den meisten Fällen werden wir eine Einzelne, gengenüber allen anderen Strategien TB-dominante Strategie aber nicht finden. Das Kriterium erzeugt nicht immer eine vollständige Ordnung der Handlungsheuristiken. Es gibt dann also keine uns bekannte bisher „optimale“ Strategie.

Ob man dann eine einzelne Handlung auswählen muss oder ob man mehrere Handlungen kombinieren kann, hängt von der Art des Entscheidungsproblems ab (soll z.B. nur das „beste“ Asset gekauft werden oder kann man ein Portfolio konstruieren).

Dies kann dann zufällig oder auf Basis von Metaregeln entschieden werden. Die einfachen Metaregeln „Entscheide immer auf Basis der Handlungsheuristik mit dem bisher höchsten Grad an induktiver Bestätigung“ (Follow DiV) oder „Folge immer der bisher im Gesamtergebnis besten Entscheidungsheuristik (Follow The Leader) sind Beispiele für solche Verfahren. Auch die Metaregeln „Wähle die Alternative mit den meisten Votes der bisher TB-dominanten Handlungsheuristiken“ (simple Voting) oder „Wähle die Alternative mit den meisten Performance-gewichteten Votes“ (Performance weighted voting) sind in unserem System selbst wieder Handlungsheuristiken.

Können hingegen Handlungen kombiniert werden, so ist es zum Beispiel möglich, ein Portfolio aus allen TB-dominanten Heuristiken mit einer Mindestbestätigung von DiV zu konstruieren. Auch hier könnte man eine Performance-Gewichtung verwenden.

Die Ergebnisse dieser Meta-Heuristiken müssen im konkreten Fall natürlich selbst wieder überprüft werden. Man kann z.B. schauen, ob eine Metaregel relativ zur Benchmark „Follow The Leader“ TB-dominant ist.<sup>24</sup>

### **3.3.4. Universell Dominante Prognosegesetze (UDPLs)**

Warum ist die Annahme der Existenz bekannter metaphysischer Gesetze in Form von Verteilungen so attraktiv?

Erstens hat tatsächlich jede Sequenz von Beobachtungen eine Verteilung und zweitens könnten wir nicht nur dann nicht nur in einem, sondern in vielen Entscheidungsproblemen richtig entscheiden, wenn wir diese Verteilung kennen würden.

Wenn wir tatsächlich ein Gesetz kennen würden, für welches es ein T gibt, mit dem sich die gesamte Verteilung z. B. der Renditen des S&P 500 für die nächsten T Handelstage bisher immer richtig vorhersagen ließe, dann hätten wir alle Entscheidungen, die nur Funktionen dieser Verteilung als Entscheidungsbedingung verwenden, für Sequenzen von Entscheidungen der Länge T richtig treffen können.

---

<sup>24</sup> Der grundlegenden Gedanke, dass die Aggregation von einzelnen Prognose- (bzw. Entscheidungsverfahren) zu einer Verbesserung des Ergebnisses führen kann, findet sich auch in vielen Literaturbereichen und statistischen Verfahren. Beispiele sind: „Random-Forest-Methoden“ (vgl. z.B. Leo Breimann: Random Forests, in Machine Learning 45(1),S.5-32) oder „Tracking of experts“ (vgl. z.B. Mark Herbst and Manfred Warmuth: Tracking the best expert, in Machine Learning, Aug. 1998, vol 32, (no.2), S.151-178).

Wenn wir zum Beispiel die Entscheidung „Long S&P 500 oder Bargeld“ treffen wollten, könnten wir aus der richtig vorhergesagten Verteilung auch deduzieren, ob die Durchschnittsrendite der nächsten T Tage positiv sein wird. Wenn dies der Fall ist, sollten wir für die nächsten T Tage Long S&P 500 wählen.

Auch die richtige Entscheidung für den Entscheidungsraum {m | gehe mit Hebel m long} ließe sich auf Basis der richtig vorhergesagten Verteilung mit Kelly's Law ( $m_{opt} = \frac{\bar{r}}{s_r^2}$ ) treffen.

Es ist also unser „Wunsch“, die wahre Verteilung zu kennen, damit wir dann möglichst viele Entscheidungen auf Basis der richtigen Vorhersage dieser Größe treffen können.

Die derzeit übliche Vorgehensweise unterstellt, dass das T, für das wir eine Verteilung richtig vorhersagen können, nie (bzw. erst nach unendlich vielen Beobachtungen) erreicht wird. Trotzdem deduzieren, prognostizieren und entscheiden wir auf Basis irgendwelcher Regeln zur Schätzung der Verteilung auch für endliche Stichproben. Üblicherweise wissen wir nicht viel, oft sogar gar nichts darüber, wie gut die Entscheidungsergebnisse dieser Vorgehensweise (relativ zu anderen Verfahren) in der Vergangenheit gewesen wären.

Natürlich bleibt es aber trotzdem wünschenswert, Vorhersageregeln für Größen zu finden, deren Funktionen wir in unterschiedlichen Entscheidungsproblemen verwenden können.

Wir wollen deshalb die Betrachtungsweise „umdrehen“.

Wenn wir eine Prognoseregeln, z. B. für die „relative Häufigkeit der Renditen nach T Beobachtungen“ finden, die in den Entscheidungen (z.B. für  $H1=\{\text{Long,Short}\}$  und  $H2=\{\text{Hebel*Long}\}$ ), alle anderen untersuchten Entscheidungsregeln TB-dominiert, dann ist es sicher eine gute Idee, diese Vorhersageregeln auch für andere Entscheidungsprobleme, bei denen sich die Entscheidungsregeln aus der Annahme der Kenntnis der Verteilung deduzieren lässt, auszuprobieren.

- Ein Prognosegesetz, dass bei allen Entscheidungsproblemen in denen Funktionen der mit diesem Gesetz erstellten Prognosen als einzige Entscheidungskriterien verwendet werden, nach Sequenzen von T Entscheidungen immer zu einem besseren oder mindesten gleich guten Zustand geführt hat als alle anderen untersuchten alternativen Entscheidungsregeln, nennen wir „**Universell Dominantes Prognosegesetz**“ oder **UDPL**.<sup>25</sup>

### Beispiel 19: Routenplaner 2

*Die Verwendung der Prognoseheuristik: „das zukünftige Ergebnis der Längenmessung einer Strecke wird dem Ergebnis einer schon einmal in der Vergangenheit gemachten Längenmessung der gleichen Strecke entsprechen“ in vielen Entscheidungsproblemen (deren Entscheidungskriterium nur eine Funktion der Länge des*

---

<sup>25</sup> Die derzeitige Praxis in der Literatur zum „Maschine-Learning“, die „Güte“ von Lernalgorithmen anhand verschiedener Metriken zum Messung ihrer Prognosegüte (wie mean prediction error, square-root of the mean squared prediction error und viele mehr) zu bewerten, ist daher unserer Meinung nach durchaus sinnvoll. Es ist ein standardisierter (unvollständiger) Ersatz für die Verwendung unterschiedlicher Entscheidungsergebnis- (oder Kosten- bzw. Regret-funktionen) in unterschiedlichen Entscheidungsproblemen. Der Schluss von der Überlegenheit der Prognose eines Algorithmus gemessen in vielen Standardmetriken auf die Überlegenheit in einem konkreten Entscheidungsproblem scheint doch sehr naheliegend ist aber nicht zwingend.

*Weges ist) ist sicherlich ein Beispiel für ein UDPL. Denn obwohl wir natürlich nicht davon ausgehen können, dass die Ergebnisse der Längenmessungen gleicher Strecken immer identisch sind, werden wir nach T Entscheidungen insgesamt besser liegen als mit vielen alternativen Regeln. Ein bisher wahres Gesetz würde sicher „vorsichtiger“ formuliert sein. Z.B.: „Es ist in der Menge der Längenmessungen im Straßennetz Deutschlands noch nie passiert, dass die Ergebnisse unterschiedlicher Längenmessungen an ein und derselben Strecke um mehr als x% voneinander abwichen.“*

Man kann zeigen, dass - wenn es sie im Unendlichen gibt (oder vielleicht besser gäbe – wir werden es nie wissen) - sowohl deterministische als auch stochastische Gesetze UDPLs sind, diese aber nur eine Teilmenge möglicher emergenter Gesetze sind.

Ihre Existenz ist also sicher höchst wünschenswert, aber leider führen die bloße Annahme ihrer Existenz und die darauf basierende Deduktion von Prognose- und Entscheidungsregeln oft zu völlig unbrauchbaren Ergebnissen.

### 3.3.5. Lernende und handelnde Systeme

An dieser Stelle sind wir dann auch in der Lage, ein lernendes **und** handelndes System zu definieren.

- Ein **lernendes und handelndes System** ist ein **lernendes System**, das zusätzlich eine Menge von Handlungsmöglichkeiten (**Handlungsraum**) und eine **Zielfunktion** hat, im Gesetzesgedächtnis auch bisher TB-dominante Handlungsregeln und UDPLs speichert und in der Lage ist, diese Regeln auch anzuwenden.

### 3.4. Falsifikation – und Induktive Bestätigung (Prinzip 4)

Ein empirisch-wissenschaftliches System muss an der Erfahrung scheitern können.

Karl Popper: Logik der Forschung S.15

Zentrale Thesen:

- Alle Allaussagen, die bereits falsifiziert sind, können nie mehr wahr werden.
- Je häufiger eine Prognoseregeln bisher bestätigt wurde (DiV: Grad der induktiven Bestätigung), desto größer ist ihre Neigung, auch in Zukunft zutreffende Prognosen zu machen.
- Eine geeignete Lernstrategie ist deshalb das „Herausfiltern“ aller falsifizierten Gesetzhypothesen.
- Prognosen und Entscheidungen sollten nur auf Basis bisher nicht falsifizierter Gesetzes- und Dominanzaussagen getroffen werden.

### 3.4.1. Logische Begründung des Falsifikationsprinzips

Wie schon mehrfach erwähnt, machen wir nicht die Annahme, dass das, was bisher immer wahr war, auch in Zukunft immer wahr sein wird. Wir behaupten nicht, dass die von uns gefundenen empirischen Gesetze metaphysisch – bis in alle Ewigkeit gültig – sind. Sie sind nur relativ zum gerade betrachteten Messsystem und seinem aktuellen Gedächtnisinhalt wahr.

Es gibt aber tatsächlich logische Schlussmöglichkeiten in die Zukunft – also aus dem aktuellen Gedächtnis heraus -, von denen die wichtigste das Falsifikationsprinzip ist:

- Wenn eine Allaussage einmal falsifiziert ist, dann wird sie auch in Zukunft nie wieder wahr werden.<sup>26</sup>

Wir können also logisch falsifizierte Allaussagen entgültig verwerfen und brauchen sie nie wieder zu überprüfen. Den Prozess, bei dem alle dominierten Entscheidungsregeln und die schon falsifizierten Prognoseregeln aussortiert werden, nennen wir „**Induktives Filtern**“.

#### Beispiel 20: Generalisierung von Hypothesen und Induktives Filtern II

*Betrachten wir wieder nun die Hypothese, dass die jeweils größten Unternehmen eines Landes tendenziell nominal teurer werden, dass es also für jeden Index  $k$  eine Größe von Sequenzen  $T$  gibt, für die die kumulierte stetige Indexrendite immer größer oder gleich 0 ist.*

$$\forall k, \exists T, \forall t > T \left( \sum_{j=t-T}^t r_{j,k} \geq 0 \right)$$

*Wenn wir den Grad der induktiven Bestätigung für jeden Index einzeln bestimmen, stellen wir fest, dass für den FTSE und den Nikkei keine Sequenzen der Länge  $T$  gefunden werden können, für die die Hypothese gefunden und mindesten 1 mal bestätigt werden konnte. Für alle anderen Indizes wird sie hingegen bestätigt. Auf der Ebene des Kollektivs haben wir dann für den S&P das längst Bestätigungsfenster mit  $T(\text{S\&P500})=11250$  Tagen. Die Anzahl der Messungen für Russel2000, FTSE und Nikkei reichen für  $T(\text{S\&P500})$  aber noch gar nicht aus, um diese Hypothese zu bestätigen oder zu verwerfen. Für den DJ und den DAX wird die Hypothese, dass nach 11250 Tagen immer eine positive Gesamtrendite erreicht wird, hingegen 1.8 bzw. 1.2 mal bestätigt. Dabei ist hier zu beachten, dass wir die Hypothese für den DAX nicht aus den Messungen des DAX generieren mussten. Die Messungen für den DAX beginnen mehr als 11250 Zeiteinheiten später als die des S&P500, so dass wir die Hypothese auch für den DAX aus den Messungen für den S&P500 generieren konnten. Die Messungen des DAX können dann sofort als Bestätigung betrachtet werden. Es ist also bisher immer wahr gewesen, dass alle untersuchten Indizes nach 11250 Tagen oder 45 Jahren immer eine positive Gesamtrendite ausweisen. Dies ist bisher  $\text{Div\_Sum}=5.2$  mal bestätigt worden. Für alle kürzeren Zeitfenster ist die Hypothese für immer falsifiziert.*

<sup>26</sup> Natürlich gibt es noch andere Aussagen, deren zukünftige Wahrheit (Falschheit) aktuell bereits bekannt ist. Z. B. ist eine Und-Aussage, die Prädikate aus der Vergangenheit und der Zukunft miteinander verknüpft, schon falsifiziert, wenn das aus der Vergangenheit stammende Prädikat falsch ist. (Eine Oder-Aussage ist bereits wahr, wenn eine in der Vergangenheit liegenden Beobachtung wahr ist, Existenzaussagen sind wahr, wenn eine in der Vergangenheit liegende Beobachtung wahr ist ...).

Index	Daten	Anzahl Messungen	Individuell bestätigt	Individuelles T	Individuelles DiV(T)	DiV(MaxT)
S&P500	2.1.1885-11.4.2014	35651	Ja	11250	2.1	2.1
DJ	31.12.1896-11.4.2014	32043	Ja	8500	2.7	1.8
Russel2000	10.9.1987-11.4.2014	6846	Ja	3000	1.2	0
DAX	28.9.1959-11.4.2014	13871	Ja	5750	1.4	1.2
FTSE	3.1.1984-11.4.2014	7778	Nein			0
NIKKAI	4.1.1984-11.4.2014	7777	Nein			0
			MaxT= T(S&P500)	11250	DiV_SUM	5.2

### 3.4.2. Grad der induktiven Bestätigung (DiV) und die empirische Begründung des Falsifikationsprinzips

Fast noch wichtiger ist jedoch die Beobachtung, dass die Welt so konstruiert ist, dass All-Aussagen, die bisher immer wahr waren, stärker dazu neigen auch in Zukunft wahr zu sein, je häufiger sie bestätigt sind („**Grad induktiver Bestätigung**“).<sup>27</sup>

Wir können dies an den Ergebnissen in Beispiel 2 (s. Seite 5) sehen. Der Anteil an den Handlungsheuristiken, die für 25 Jahres Perioden bisher besser waren als B, die auch in der nächsten 25 Jahres-Periode diese Eigenschaft hatten, steigt mit dem „**Grad induktiver Bestätigung**“, mit der Anzahl von nicht überlappenden Perioden, für die die Vorhersage bisher wahr war, tendenziell an.<sup>28</sup>  
<sup>29</sup>

<sup>27</sup> Der Gedanke von Popper (vgl. Karl Popper: Logik der Forschung), dass Falsifikation der Grundmechanismus wissenschaftlichen Fortschritts ist, soll also hier Verwendung finden. Im Gegensatz zu Popper behaupten wir jedoch, dass auch die Bestätigung einer Hypothese, zwar nicht logisch, aber empirisch wichtige Informationen enthält. Sie erlaubt uns letztendlich empirisch (verwendet als universelles Gütemaß und durch Beobachtung vieler Gesetze), etwas zur Beurteilung der zu erwartenden Zuverlässigkeit einer Menge von Gesetzen mit einem bestimmten Grad induktiver Bestätigung vorherzusagen.

<sup>28</sup> Auch in der Literatur zum maschinellen Lernen finden sich Hinweise darauf, dass „empirische“ Verfahren zur Modellauswahl (die auf Messung der bisherigen Prognoseperformance basieren) „theoretischen“ (meist auf Komplexitätsmaßen basierenden) Verfahren überlegen sind.

<sup>29</sup> Welcher Grad induktiver Bestätigung ausreicht, damit wir eine TB-Dominanzbeziehung für ein „relevantes“ wahres Gesetz halten sollten und welches der möglicherweise vielen Gesetz das „Beste“ ist, wird nicht deduktiv aus irgendwelchen Annahmen abgeleitet, sondern ist wieder eine nur empirisch zu beantwortende Frage. Entscheidend ist aus unserer Perspektive, welche Grade induktiver Bestätigung wir empirisch finden können ohne dass „zu viele“ Handlungsheuristiken übrig bleiben und welche Metaauswahl- (oder Aggregations-) regeln innerhalb der Menge der bisher TB-dominanten Heuristiken bisher am besten „funktioniert“ hätten.

Logische Schlüsse auf Basis bisher immer wahrer empirischer Gesetze gelten notwendigerweise aber nur innerhalb der Menge der bisherigen Beobachtungen. Dennoch scheint es ein empirisches Faktum, dass ihre Neigung auch in Zukunft zu gelten, mit der Häufigkeit ihrer bisherigen Bestätigung ansteigt.

- Die Verwendung bisher wahrer Allaussagen zur Prognose von zukünftigen Beobachtungen führt empirisch zum Ergebnis, dass die Vertrauenswürdigkeit der Prognosen mit zunehmendem Grad der induktiven Bestätigung des zugrunde liegenden Gesetzes zunimmt.
- Die Verwendung TB-dominanter Handlungsheuristiken führt dazu, dass man sich mit zunehmendem Grad der induktiven Bestätigung immer besser darauf verlassen kann, etwas zu tun, das bei wiederholter Anwendung zu besseren Gesamtergebnissen führen wird als B.

Es ist zwar nicht immer wahr, dass das, was bisher immer nach T Entscheidungen besser war, dies auch nach den nächsten T Entscheidungen sein wird, aber die Neigung dies zu sein, nimmt empirisch mit dem Grad der Bestätigung zu.

### Beispiel 21: Verbesserung der Entscheidungsergebnisse bei steigendem DiV

*Um den empirischen Gehalt dieser Behauptung zu illustrieren, betrachten wir noch einmal eine Menge von 894 Handlungsheuristiken zur Entscheidung über dem Handlungsraum  $H=\{\text{Long S\&P500, Short S\&P500, Bargeld}\}$ . Wir generieren die Kontostände der Handlungsergebnisse dieser Heuristiken. Zu jedem Zeitpunkt  $t$  gibt es eine Beobachtung für ein endogenes Objekt, welches aus einer Menge von Heuristiken besteht, die in den letzten  $T \cdot (\text{DiV}+1)$  Tagen TB-dominant zur Benchmark Bargeld waren, mit einem Grad der Bestätigung DiV (es kann auch die leere Menge sein, dann hat es keine DiV mal bestätigte TB-Dominante Heuristik in diesem Zeitraum gegeben und dieses Objekt existiert an diesem Tag nicht). Für diese Heuristiken können wir nun eine einfache Metaregel zur Bestimmung einer konkreten Entscheidung verwenden. Wir haben auf Basis der Regel „Summiere die Signale der TB-Dominanten Heuristiken und gehe dann in die Richtung der Mehrheit (Simple Voting)“ entschieden.*

*In Abhängigkeit von DiV ergeben sich folgende Ergebnisse für die S&P-Tagesdaten:*

Div(Strategie)	T(Strategie)=40		T(Strategie)=120		T(Strategie)=240	
	r(MetaStrategie)	T(MetaStrategie)	r(MetaStrategie)	T(MetaStrategie)	r(MetaStrategie)	T(MetaStrategie)
>=1	0.025%	11250	0.041%	11250	0.051%	5000
>=2	0.042%	7875	0.057%	3500	0.059%	5500
>=3	0.074%	2000	0.073%	2875	0.082%	1500
>=4	0.093%	1625	0.091%	1750	0.094%	1125
>=5	0.116%	1000	0.111%	1125	0.106%	625
>=6	0.136%	625	0.124%	750	0.106%	625
>=7	0.144%	375	0.131%	375	0.108%	625
>=8	0.151%	250	0.135%	375	0.105%	625
>=9	0.153%	125	0.132%	375	0.105%	625
>=10	0.154%	250	0.138%	250	0.110%	625

*Wir können erkennen, dass die durchschnittlichen stetigen Renditen pro Trade der Metastrategie ( $r(\text{MetaStrategie})$ ) fast monoton mit dem Grad der Bestätigung der ausgewählten Strategien ( $\text{DiV}(\text{Strategie})$ )*

*ansteigen. Dies gilt für alle betrachteten Fenstergrößen  $T(\text{Strategie})$ . Auch die Länge des Zeitfensters in dem Metastrategien selbst wieder TB-Dominant sind ( $T(\text{MetaStrategie})$ ), sinkt mit zunehmendem  $\text{DiV}(\text{Strategie})$  und es ist immer wahr, dass es ein  $T(\text{Metastrategie})$  gibt, für das bei ausschließlicher Verwendung von dominanten Strategien die Kombination dieser Strategien selbst wieder TB-Dominant ist.*

Es macht also „Sinn“, für Entscheidungen TB-dominante Entscheidungsregeln zu verwenden.

Es bleibt eine – jetzt aber langfristig empirisch beantwortbare – Frage: Wie stark neigen Gesetze mit einem bestimmten DiV dazu, auch bei der nächsten Beobachtung die vorhergesagte Eigenschaft zu haben?

Wir behaupten deshalb als universelles emergentes empirisches Prognosegesetz (UDPL - bis zu seiner Falsifikation):

- Wenn man relativ zu einer Benchmarkstrategie B nur bisher TB-dominante Entscheidungsregeln mit möglichst hohem DiV verwendet, dann wird es eine Anzahl N von Entscheidungen geben, für die diese Meta-Entscheidungsregel wieder einen besseren Zustand erreicht als B.<sup>30</sup>

Deshalb wird die Welt autonom lernender und handelnder Systeme aus Objekten mit bisher immer vorhersehbaren Eigenschaften insbesondere TB-Dominanz konstruiert.

Natürlich bleibt es ein schönes Ziel, durch induktives Filtern weitere UDPLs zu finden, die für viele Entscheidungsprobleme zu TB-dominanten Entscheidungsregeln führen. Dies ist aber unserer Einschätzung nach wesentlich schwieriger als die Suche nach TB-Dominanz. Und man darf nicht vergessen, dass es immer eine empirische Frage bleiben wird, ob dieses UDPL dann auch für noch nicht untersuchte Handlungsräume und Zielfunktionen zu guten Entscheidungsergebnissen führt.

Das bisherige Dominanz in mehreren Entscheidungsproblemen auch logisch in die Zukunft und auf andere Probleme übertragen werden kann, wird sich unserer Einschätzung nach (ohne Rückgriff auf nicht überprüfbare Annahmen über die Existenz metaphysischer stochastischer Prozesse) aber niemals beweisen lassen.

Vielleicht kann man einen Grad induktiver Bestätigung finden, ab dem noch nie ein Gesetz nachfolgend falsifiziert wurde. Gesetze, die diese Bestätigungsgrenze überschritten haben, kämen dann „metaphysischer Wahrheit“ am nächsten.

Es gibt aber unserer Meinung nach noch ein wichtiges Argument dafür, dass es nicht prinzipiell falsch sein kann, dass zu tun, was bisher immer besser funktioniert hat. Würden wir in einer Welt leben, in der es tendenziell egal wäre, so hätte sich sicher kein Leben entwickeln können. Es wäre nicht mit Überleben belohnt worden, dass zu lernen und zu tun, was bisher dem Überleben zuträglich war.

---

<sup>30</sup>In dem Fall, dass es tatsächlich ein wahres, alle anderen Heuristiken dominierendes, metaphysisches Entscheidungsgesetz in der Menge der durchsuchten Heuristiken gibt, wird es ab einer ausreichenden Größe des Gedächtnisses alle anderen Hypothesen B auch empirisch TB-dominieren. Außerdem wird es bei ausreichender Größe des Gedächtnisses in der Menge der zu einer beliebigen Benchmark B TB-dominanten Gesetze sein. In diesem Fall sollte es irgendwann durch die „Follow The Leader“ Meta-Auswahlregel auch gefunden werden.

#### 4. Rekonstruktion und Bewertung der derzeitigen wirtschaftswissenschaftlichen Praxis

Wie die obige Diskussion gezeigt hat, ergibt sich aus der Perspektive lernender und handelnder Systeme und der Emergenz von Vorhersagbarkeit eine fundamental andere Beziehung zwischen Induktion und Deduktion, als sie derzeit in der wirtschaftswissenschaftlichen Praxis verwendet wird. Die Welt ist nicht aus einigen, wenigen Grundprinzipien heraus universell vorhersehbar. Stattdessen gibt es „Inseln“ bisheriger Vorhersehbarkeit, die aber erst gefunden werden müssen und dann relativ kleine Sekundärsysteme bilden, in denen man bisher immer richtig hätte schließen können.

Die Reichweite der Logik ist viel enger begrenzt und die Bedeutung der empirischen Suche nach bisher immer zutreffenden Sukzessionen von Beobachtungen (die Induktion) sollte einen viel breiteren Raum einnehmen.

- Logik dient erstens zur Konstruktion von Regeln zur a-priori Auswahl von Beobachtungen.
- Es ist aber (fast immer) eine rein empirische Frage, welche Beobachtungen bisher immer aufeinander folgten. Dazu müssen große Mengen möglicher Sukzessionen „ausprobiert“ werden, um wenige, bisher immer wahre, zu finden.
- Logik hilft uns **nicht** dabei, sicher zu stellen, dass das, was bisher immer wahr war, auch in Zukunft wahr sein wird. Dies ist ein rein empirisches Phänomen.
- Hat man ein oder mehrere empirische Gesetze gefunden, so kann man mit Hilfe der Logik versuchen, daraus (wie in Beispiel 1) eine dominante Entscheidungsregel zu deduzieren.
- Man kann aber auch direkt versuchen, TB-dominante Entscheidungsheuristiken empirisch zu finden, die nicht logisch erklärbar sind, und deren Verwendung dann einfach durch die Tatsache begründet ist, dass es bisher immer besser gewesen wäre, nach dieser Heuristik zu handeln.
- Der Versuch, aus Annahmen über das Verhalten von Einzelteilen (Nutzenfunktionen in der Volkswirtschaftslehre oder Zufallsvariablen in der Statistik) auf Eigenschaften einer Gesamtheit zu schließen, ist meist (oder war bisher, soweit wir erkennen können, immer) zum Scheitern verurteilt.

##### **Beispiel 22: Risikoaversion**

Aus der Annahme der Risikoaversion von Wirtschaftssubjekten schließt man darauf, dass risikobehaftete Assets (also z.B. ein Future auf den DAX) relativ zur risikolosen Anlage (also z.B. deutschen Staatsanleihen) immer langfristig eine Rendite oberhalb des risikolosen Zinssatzes haben müssen, damit Wirtschaftssubjekte sie überhaupt kaufen.

Tatsächlich ist es so, dass es seit 1959 keine Phase von mehr als 21 Jahren gegeben hat, in der die Rendite des Dax nicht oberhalb der einer risikolosen Anlage gelegen hätte. Tatsächlich scheint sich die Annahme der Möglichkeit der Vorhersage des Verhaltens ganzer Systeme aus der Annahme der Risikoaversion von Wirtschaftssubjekten zu bestätigen.

Allerdings kann man genauso beobachten, dass ein großer Teil der Bevölkerung jede Woche Lotto spielt. Die erwartete Auszahlung für einen Euro Einsatz ist aber institutionell auf genau 50ct beschränkt. Da der sichere Euro für eine Lotterie mit einer erwarteten Auszahlung von 50ct

bezahlt wird, verhalten sich hier alle Lottospieler risikofreudig. Aus der Annahme der Risikoaversion hätten wir aber deduziert, dass es keine Lotterien mit höheren Einsätzen als den erwarteten Auszahlungen gibt.

Risikoaversion ist also sicher keine allgemeine Eigenschaft menschlicher Entscheidungen. Deduktion von Verhalten kollektiver Systeme aus dieser Annahme funktioniert also manchmal – manchmal funktioniert sie eben aber auch nicht.

Es ist unserer Einschätzung nach überhaupt nicht erfolgversprechend zu unterstellen, dass menschliches Entscheidungsverhalten so stabilen einfachen Regeln folgt, dass aus ihnen das Verhalten kollektiver Systeme auf Basis von Deduktion aus diesen Regeln richtig vorhergesagt werden kann.

- Der Versuch der Statistik, aus Annahmen über die metaphysische Natur des „Beobachtungen generierenden Prozesses“, generelle Regeln über die optimale Methode zur Induktion zu finden, wird scheitern. Es lassen sich hier nur Vorschläge zur Konstruktion von Vorhersageregeln finden. In welchen Fällen KQ- oder ML-Schätzverfahren, Neuronale Netze und SVMs wirklich funktionieren, bleibt eine empirische Frage.
- Man kann bestenfalls versuchen, Prognoseregeln für Größen zu finden, die unter der Annahme dass man sie kennen würde, die Deduktion einer optimalen Entscheidungsregel erlauben (Portfoliotheorie, optimale Preissetzung, Regelgeleitete Geldpolitik ...). Ob man diese Größen, die man zur Anwendung dieser Entscheidungsregeln braucht, tatsächlich gut genug vorhersagen kann (so dass sich tatsächlich TB-dominante Entscheidungsheuristiken ergeben) ist aber immer eine empirische Frage.
- Bilanzierung, Kostenrechnung, Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung, Unternehmensbewertung, beschreibende Statistik u.v.m sind nichts anderes als Regeln zur Konstruktion von Beobachtungen. Das Anlagevermögen, die Gesamtkosten, der Discounted-Cashflow, das BIP, jeder Mittelwert sind (wenn ausreichend operationalisiert) beschreibende Zusammenfassungen von Mengen von Messungen der Vergangenheit.
- Aus der Tatsache, dass man eine Größe für die Vergangenheit berechnen kann, folgt überhaupt nicht, dass man sie auch für das nächste Jahr zutreffend vorhersagen oder sie in irgendeiner Entscheidungsregel nutzbringend verwenden kann. Wir glauben, dass es für keine der üblicherweise in den Wirtschaftswissenschaften berechneten Größen bisher verlässliche Prognoseregeln gibt und niemand weiß, ob es sinnvoll ist, z.B. die beobachteten Gesamtkosten, das beobachtete BIP, die bisherige Verteilung der Rendite eines Assets und ähnliche Größen nutzbringend in einer Entscheidungsregel zu verwenden.
- Die Wirtschaftswissenschaften befinden sich bisher ausschließlich im Stadium der Generierung unglaublich vieler, nicht mit ihren derzeitigen Methoden falsifizierbarer, Hypothesen.